はじめに

このテキストは，「原子と原子核」の分野への対応のために，高３トップ＆ハイレベル物理全 48 講の続きとして，「原子と原子核」の分野についてまとめたものです。高３トップ＆ハイレベル物理と同じく，入試に出題された問題を集め，それを通して物理の基本的な考え方が理解できるように編集してあります。講によっては総合的な内容になっているものもありますが，ポイント➡例題➡テストの３段階チェックで，しつこいくらいに確認をしながら進めていけるはずです。また，各講の内容を理解できているかチェックするテスト＆解説がつけてあります。高３トップ＆ハイレベル物理全 48 講を仕上げた上でゆっくりと，20 世紀の初期に出来上がった量子論の初歩の話を味わってもらえれば，と思います。

教科書によっては，原子と原子核の章に「宇宙と素粒子」についてやや詳しく載っているものもありますが,このテーマについては,入試にはあまり出題されないと思われます。よって，この講座でもあまり深くはやらず，このテーマに関して過去に出題された問題に触れてみる，という程度にしてあります。実は，この部分は本当におもしろいところで，「宇宙の始まり」「この宇宙がなぜこうなっているのか」「つまるところ，われわれは何からできているのか」などに関わる，物理学の最前線への入り口です。しかし，残念ながらきちんとやるには大学受験のレベルを超えていますし，まだまだ未完成な部分も多く，研究が盛んに行われている部分でもあります。ですから，この講座では詳しくはやれませんが，どうしても気になる君は大学に入ってから是非勉強してみてください。かなりの根気が要るとは思いますが，人類の英知と自然の美しさに感動するはずです!!

物理に限りませんが，新しいことを身につけるためには根気と，そのための正しい道筋，方法が大切です。このテキストと授業をしっかり理解するように努めましょう。
そのためにはやはり，

1．テキストをざっとみたら授業をしっかり聞いて，ノートをとる。
2．**何も見ずに解けるようになるまで繰り返し解く。**
3．類題などを解き，知識，技術をしっかりと身につける。

の３点を常に意識して進めてください。

2012 年 7 月の，CERN による Higgs boson（ヒッグス粒子）の発見のニュースによって，素粒子の標準理論は一応ひとつの完成を迎えました。しかし，何かの終わりは次なるステップの始まりでもあります。この物理学にとって大事な時期に，君に物理とそのおもしろさについて伝えていけることを喜ばしく思います。そして，君の受験の成功のみならず，「標準理論のその先を，この世界の更なる深遠な部分を見せてくれるのが君かもしれない！」ことも密かに期待しています。

中野　喜允

＜目次＞

第１講　光電効果 ……………………………………………… p. 4
第２講　粒子性と波動性 ……………………………………… p. 12
第３講　水素原子モデル ……………………………………… p. 22
第４講　Ｘ線と結晶解析 ……………………………………… p. 30
第５講　総合演習① ………………………………………… p. 44
第６講　核反応 ……………………………………………… p. 58
第７講　半減期と年代測定 …………………………………… p. 66
第８講　総合演習② ………………………………………… p. 80
第９講　相対論に関わる問題 ………………………………… p. 92
第10講　宇宙と素粒子 ……………………………………… p. 106

第１講　光電効果

1

次の文章中の空欄①～③については語句で，④～⑥は数式で，⑦～⑨は数値で，記入しなさい。

(i)　金属の表面に波長が短い光を当てると，その金属から電子が外部に飛び出してくる。この現象を（　①　）という。また，このとき飛び出す電子を（　②　）という。

金属内の自由電子が，陽イオンからの引力の束縛をたち切って外部に飛び出すために必要なエネルギー W[J] を（　③　）といい，金属表面に光を当てたとき，光子のエネルギーが W[J] より大きい場合に，金属内から電子が飛び出してくる。振動数 ν（ニュー）[Hz] の光子のエネルギーは，プランク定数を h [J･s] とすると，（　④　）[J] で与えられる。したがって，この光をある金属の表面に当てたときに，飛び出してくる最も速い電子の運動エネルギーは，（　⑤　）[J] で与えられる。さらに，その電子の速さは，電子の質量を m とすると，（　⑥　）[m/s] で与えられる。

(ii)　ある金属の表面に波長が 3.0×10^{-7}m の光を当てたとき，外部に飛び出してきた最も速い電子の速さは 6.3×10^{5}m/s であった。このときの光子のエネルギーは（　⑦　）[J] であり，また，電子の運動エネルギーは（　⑧　）[J] である。したがって，この金属内の自由電子が，陽イオンからの引力の束縛をたち切って外部に飛び出すために必要なエネルギーは（　⑨　）[J] となる。なお，プランク定数は 6.6×10^{-34}J･s，光速は 3.0×10^{8}m/s，電子の質量は 9.1×10^{-31}kg とし，有効数字２桁で求めなさい。

＜ Note ＞

2

図１の装置は，真空のガラス球内壁にはりつけられたアース電位の金属板陰極 K，および陽極 P からなる光電管と，電池 B，可変抵抗 R，電圧計 V，および電流計 A からなる回路とで構成されている。この装置において，いろいろな波長の単色光を照射しながら，陰極 K に対する陽極 P の電圧（陽極電圧）V を変化させたときに，電流計 A に流れる電流（光電流）I を測定した。波長が 4.0×10^{-7}m の光を照射したとき，電圧 V と電流 I の関係は図２のようになった。次の文章の［ a ］～［ j ］に入れるべき適当な語句または数式を記し，また問いに答えよ。ただし，電気素量を $e=1.6\times10^{-19}$C，光速度を $c=3.0\times10^{8}$m/s，1eV＝1.6×10^{-19}J とする。また数値は有効数字２桁で求めよ。

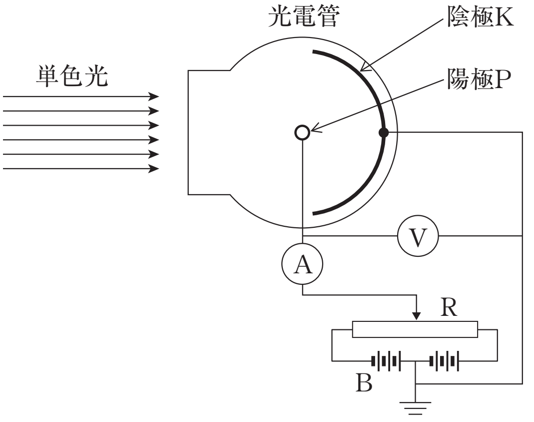


図１

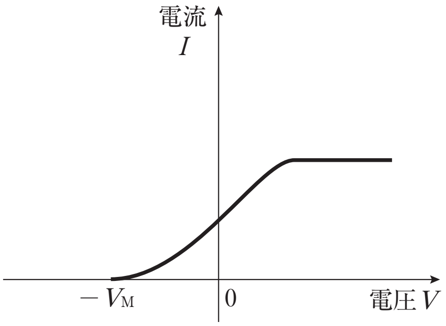


図２

問１．このように光によって電子が飛び出す現象を［ a ］といい，飛び出す電子を［ b ］という。この電子の数が増加するときに光電流の大きさは［ c ］し，１秒間に陽極 P に到達する電子の数を n としたときの電流値は［ d ］[A] となる。

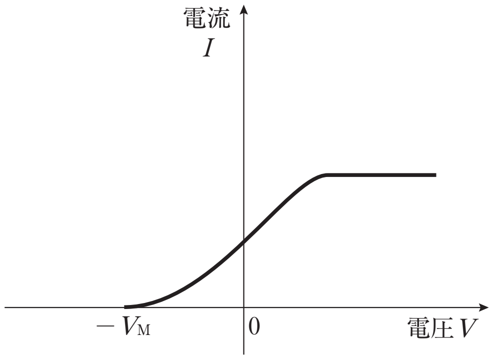
問２．波長が一定で，光の量を２倍に増したとき，陽極電圧 V と光電流 I の関係は，図２の状態からどのように変わるか。概略を解答欄の図に実線でかき加えよ。

問３．光の量を変えず，波長を 3.0×10^{-7}m に変えたとき，陽極電圧 V と光電流 I の関係は，図２の状態からどのように変わるか。概略を解答欄の図に実線でかき加えよ。

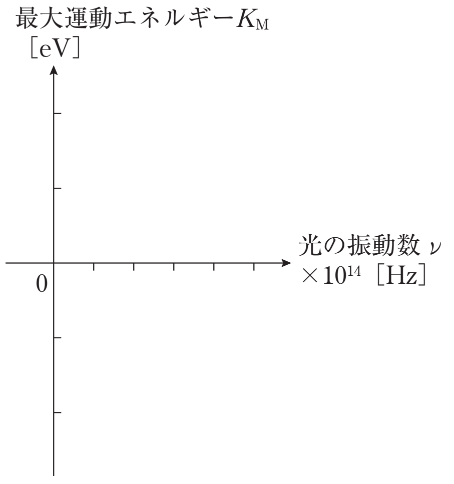
< Note >

問４．陽極電圧 V が負の範囲になると，電圧の低下にともなって光電流 I は減少し，ついには $I=0$ になる。このときの電圧を $V=-V_M$ [V]，飛び出した電子の最大運動エネルギーを K_M [J] とすれば，K_M- [e] $=0$ となる。またこのとき，電子の質量を m [kg] とすれば K_M をもつ電子の速さ v_e [m/s] は e，m，V_M を使って [f] と表される。

問５．陰極Kがナトリウムの光電管では，飛び出した電子の最大運動エネルギー K_M の値が，波長 3.0×10^{-7}m の光を照射したときに 1.7eV，5.0×10^{-7}m の光を照射したときに 0.10eV になった。この場合の光の振動数 ν [Hz] と K_M [eV] の関係をグラフで表せ。このときグラフの縦軸，横軸に適当な数値を記入せよ。また，波長 4.0×10^{-7}m の光を照射したとき K_M の値は [g] eV，ナトリウムの仕事関数 W の値は [h] eV となる。光の振動数 ν が，陰極Kの物質できまる値 ν_0 以下であれば電子は飛び出さない。この ν_0 のことを [i] という。また，物質の仕事関数 W は，この ν_0 とプランク定数 h [J·s] を用いて [j] [J] と表される。ナトリウムの光電管の場合における ν_0 に相当する点を，ν_0 の文字を添えてグラフに記入せよ。



問２，３の解答欄



問５の解答欄

＜ Note ＞

第１講　確認テスト

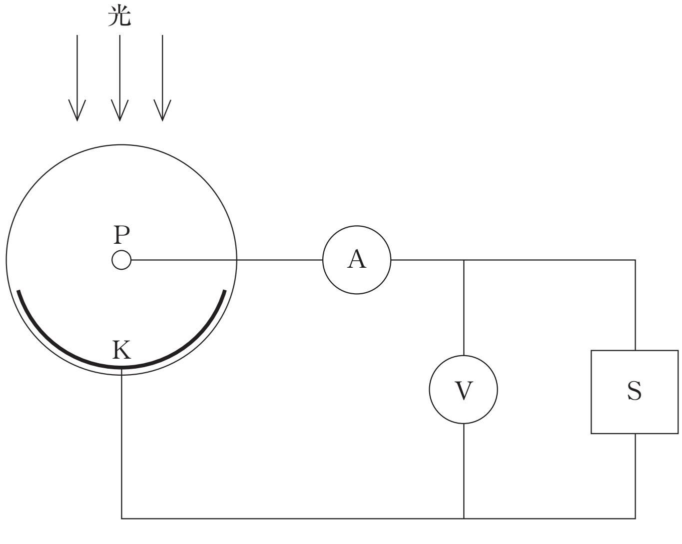
次の文の［(1)］〜［(7)］に入れるのに最も適した答を，それぞれの解答群の中から一つずつ選べ。

干渉や［(1)］といった現象は，光が［(2)］としての性質を持つことを示している。一方，物質に紫外線などの光を当てたとき，物質中の電子が光のエネルギーを受け取って飛び出してくる［(3)］効果という現象は，振動数 ν の光が $h\nu$ のエネルギーを持った［(4)］として振る舞うことを示している。以下は［(3)］効果の実験に関する記述である。

図のような，陽極 P，陰極 K の光電管を，電流計 A，電圧計 V，および電源 S に接続した装置を考える。以下，電子の電荷を $-e=-1.6\times10^{-19}$C，プランク定数を $h=6.6\times10^{-34}$ J･s，真空中の光の速さを $c=3.0\times10^{8}$m/s とする。

陰極 K に対する陽極 P の電位を正の一定値に保ったまま，陰極 K にさまざまな波長の光を照射したところ，波長が $\lambda_0=4.0\times10^{-7}$m より長い場合，光の強さにかかわらず電流計 A の針は振れなかった。これは，一個の電子の受け取るエネルギーが光の強さに無関係であることを示している。一方，波長が λ_0 より短い場合には，たとえ弱い光でも，わずかに電流計 A の針が振れ，光の強さを増すと針の振れが増した。これは，一個の電子の受け取るエネルギーが光の波長と無関係ではなく，波長が短い（振動数が大きい）ほどエネルギーが大きいこと，また，電子が陰極 K から飛び出すには $W=$［(5)］$\times10^{-19}$J 以上のエネルギーが必要であることを示している。このエネルギー W を［(6)］と呼ぶ。

陰極 K に，波長が 1.4×10^{-7}m の光を一定の強さで照射したまま，陰極 K に対する陽極 P の電位を下げていったところ, 途中から電流計の針の振れが減りはじめ,［(7)］V で, まったく振れなくなった。これは陰極から飛び出した電子が，陽極との間の電場に逆らって陽極へ到達することができなくなったからである。



(1) の解答群

①　回折	②　励起	③　散乱	④　遷移

(2) の解答群

①　粒子	②　波動	③　原子	④　コンプトン

(3) の解答群

①　回折	②　コンプトン	③　ドップラー	④　光電

(4) の解答群

①　粒子	②　波動	③　原子	④　散乱

(5) の解答群

①　2.5	②　3.1	③　5.0	④　8.2

(6) の解答群

①　起電力	②表面張力	③　仕事関数	④　インダクタンス

(7) の解答群

①　－2.5	②　－3.1	③　－4.6	④　－5.7

第2講　粒子性と波動性

1

次の文章を読み，文中の$\boxed{(1)}$～$\boxed{(8)}$内には適切な数式を，$\boxed{(9)}$内には適切な数値を有効数字2桁で記入せよ。必要があれば，次の記号または数値を用いよ。

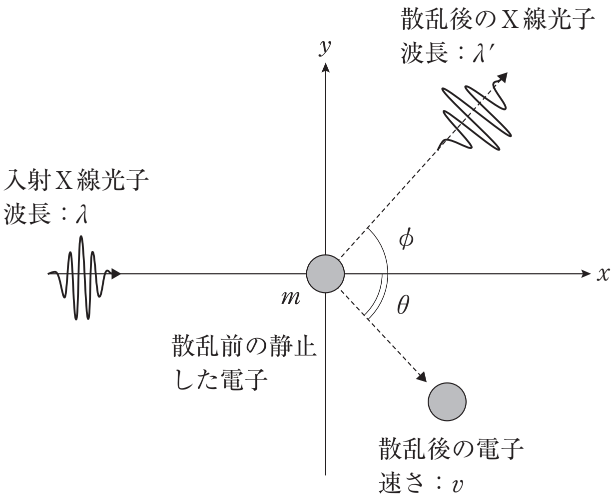
電子の質量：$m=9.1\times10^{-31}$ [kg]，　　真空中の光の速さ：$c=3.0\times10^{8}$ [m/s]，
プランク定数：$h=6.6\times10^{-34}$ [J·s]

X線は非常に振動数の大きい電磁波である。その振動数をν [Hz] とすると，X線はエネルギー$E=h\nu$ [J]，運動量$P=\dfrac{h\nu}{c}$ [kg·m/s] を持った粒子，すなわち光子として取り扱うことができる。X線を物質に当てたとき，散乱されたX線の中に入射したX線よりも波長が長いX線が観測される現象がある。これはコンプトン効果と呼ばれ，X線が粒子性を持つことを示す一つの例である。散乱の前後における波長の変化を，運動量保存則とエネルギー保存則を用いて求めてみよう。

図のように，波長λ [m] を持ったX線光子がx軸上を進み原点に静止している質量m [kg] の電子によって散乱される。波長λを用いると，散乱前のX線光子が持っているエネルギーは$\boxed{(1)}$ [J]，その運動量は$\boxed{(2)}$ [kg·m/s] と表される。散乱後，X線光子はx軸からϕの角度をなす方向に波長λ' [m] となって進み，電子はx軸からθの角度をなす方向に速さv [m/s] で進んだ。散乱の前後で運動量とエネルギーが保存されることから，x軸方向についての運動量保存の式は$\boxed{(3)}$，y軸方向についての運動量保存の式は$\boxed{(4)}$と表され，エネルギー保存の式は，$\boxed{(5)}$と表される。

$\boxed{(3)}$式と$\boxed{(4)}$式から角度θを消去すると，散乱後の電子の運動エネルギーはm，h，λ，λ'，ϕを用いて$\boxed{(6)}$と表される。これを$\boxed{(5)}$式に代入した結果は，$\dfrac{1}{\lambda}-\dfrac{1}{\lambda'}=\boxed{(7)}$の形に表される。散乱の前後における波長変化$\Delta\lambda$ [m]$=\lambda'-\lambda$がλやλ'に比べ十分に小さいとして，$\dfrac{\lambda}{\lambda'}+\dfrac{\lambda'}{\lambda}\fallingdotseq2$という近似式を用いると，$\Delta\lambda$は$m$，$c$，$h$，$\phi$で表せて，$\Delta\lambda=\boxed{(8)}$ [m] となる。例えば，散乱後のX線光子が後方（$\phi=180°$）に進むとき，$\Delta\lambda=\boxed{(9)}$ [m] となる。

＜ Note ＞


散乱後のX線光子
波長：λ'
y
入射X線光子
波長：λ
ϕ
x
m
θ
散乱前の静止
した電子
散乱後の電子
速さ：v

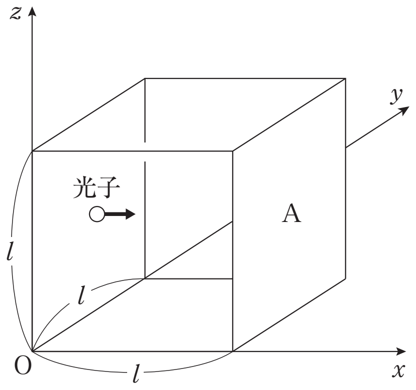
図

＜ Note ＞

2

振動数νの光は，プランク定数をhとすれば，［(ア)］のエネルギーをもつ粒子（光子）からなると考えられるが，ここで光子の運動量の大きさを求めてみよう。

右図のような一辺の長さlの立方体容器中で，１個の光子が容器の壁と完全弾性衝突する場合を考えよう。ここで光子のエネルギーは［(ア)］，速さはc，運動量の大きさはpとする。



光子の速度のx成分をc_xとおけば，光子が単位時間内に容器の壁Aと衝突する回数は［(イ)］である。また，光子の運動量のx成分をp_xとおけば，１回の衝突による光子の運動量変化は［(ウ)］となる。

以上の結果より，１個の光子が単位時間内に壁Aに及ぼす力の大きさは，力積の考えより［(エ)］となり，したがって圧力の大きさは［(エ)］$/l^2$となることがわかる。

次に，同じ立方体容器中にN個の光子が存在する場合を考えよう。N個の光子それぞれは，等しいエネルギー［(ア)］，速さc，運動量の大きさpをもち，互いに衝突することはないとする。

ここで，各光子のもつp_xc_xを平均して$\overline{p_xc_x}$とおくと，N個の光子が壁Aに及ぼす圧力は［(オ)］と表せる。

ところで，p_xは$p_x=pc_x/c$とおくことができる。また，各光子の速度のx，y，z成分の二乗の平均値$\overline{c_x{}^2}$，$\overline{c_y{}^2}$，$\overline{c_z{}^2}$が互いに等しいと考えると，$\overline{c_x{}^2}=$［(カ)］$\times c^2$とおくことができる。結局，$\overline{p_xc_x}$はcとpを用いて［(キ)］と表すことができる。

一方，単位体積あたりの光のエネルギーをuとおくと，光子の個数Nは，光子１個のエネルギーが［(ア)］であることより$N=$［(ク)］$\times u$で与えられる。

以上の結果より，N個の光子が壁Aに及ぼす圧力を，u，p，c，h，νで表すと［(ケ)］となる。さらに，この圧力が$\dfrac{1}{3}u$にも等しいという事実を用いると，$p=$［(コ)］の関係が得られる。これが［(ア)］のエネルギーをもつ１個の光子の運動量の大きさである。

＜ Note ＞

3

電子や中性子は粒子としてだけではなく，X線と同じように波として振舞うことが知られている。このことから，電子線や中性子線を利用して固体の結晶構造を調べることができる。以下の［　　］に適当な式，または数値を入れよ。ただし，数値は有効数字2桁まで求め，必要があれば次の値を用いよ。

真空中の光の速さ　$c=3.00\times10^{8}$m/s　　プランク定数　$h=6.63\times10^{-34}$J·s
電気素量　$e=1.60\times10^{-19}$C　　電子の質量　$m=9.11\times10^{-31}$kg
中性子の質量　$M=1.67\times10^{-27}$kg

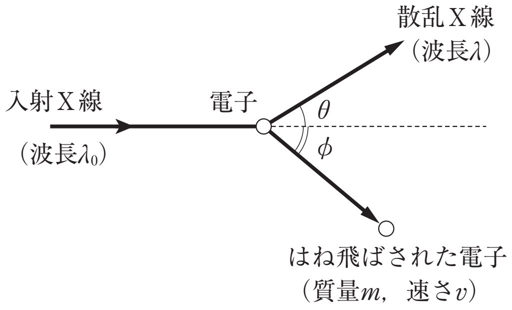
電子線回折法は電子の波動性を利用した方法である。電子の速さを v [m/s] としたとき，電子の波長 λ [m] は h，m，v を用いて，$\lambda=$［(ア)］と表される。したがって，電圧 V [V] で加速された電子の波長は h，e，m，V を用いて，$\lambda=$［(イ)］[m] となる。例えば結晶の格子間隔と同程度の $\lambda=2.00\times10^{-10}$m の電子線を発生させるためには，［(ウ)］V の加速電圧が必要である。

中性子回折法に用いる中性子源としては原子炉内部の核分裂反応で発生した中性子を用いる。いま，中性子が物質波としての波長 $\lambda=2.00\times10^{-10}$m をもつとすると，中性子の速さは $v=$［(エ)］m/s となる。

＜ Note ＞

第２講　確認テスト

図のように波長 λ_0，振動数 ν のＸ線を物質に当てると，物質中の電子（質量 m）によって散乱され，入射Ｘ線より長い波長の散乱Ｘ線が観測される。散乱Ｘ線の波長を λ，入射Ｘ線の向きと散乱Ｘ線の向きの間の角度を θ，入射Ｘ線の向きとはね飛ばされた電子の進む向きの間の角度を ϕ とする。電子の衝突後の速さを v，プランク定数を h，光の速さを c として以下の空欄に適当な式を入れなさい。



この衝突の前後で運動量が保存されるので，入射Ｘ線に平行な成分および垂直な成分についてそれぞれ

$$\boxed{(1)}=\boxed{(2)}\cdot\cos\theta+\boxed{(3)}\cdot\cos\phi$$

$$0=\boxed{(2)}\cdot\sin\theta-\boxed{(3)}\cdot\sin\phi$$

が成立する。またエネルギーも保存されるので，次式が成り立つ。

$$\boxed{(4)}=\boxed{(5)}+\frac{1}{2}mv^2$$

これらの式より ϕ および v を消去し，また $(\lambda-\lambda_0)^2\fallingdotseq 0$ を用いて整理すると，結局，散乱Ｘ線の波長は

$$\lambda=\lambda_0+\boxed{(6)}\cdot(1-\cos\theta)$$

となる。この $\boxed{(6)}$ をコンプトン波長という。

（1） の選択肢

① $\frac{h}{\lambda}$　② $\frac{h}{\lambda_0}$　③ $h\nu$　④ $\frac{hc}{\nu}$

（2） の選択肢

① $\frac{h}{\lambda}$　② $\frac{h}{\lambda_0}$　③ $h\nu$　④ $\frac{hc}{\nu}$

（3） の選択肢

① $\frac{h}{\lambda}$　② $\frac{h}{\lambda_0}$　③ mv　④ mc^2

（4） の選択肢

① $\frac{hc}{\lambda}$　② $\frac{hc}{\lambda_0}$　③ mv　④ mc^2

（5） の選択肢

① $\frac{hc}{\lambda}$　② $\frac{hc}{\lambda_0}$　③ $\frac{1}{2}mv^2$　④ mc^2

（6） の選択肢

① $\frac{mc^2}{h}$　② $\frac{mc}{h}$　③ $\frac{h}{mc^2}$　④ $\frac{h}{mc}$

第３講　水素原子モデル

1

$+Ze$（Z：原子番号）の電荷をもつ原子核の周りを，原子核から r の位置にあって，$-e$ の電荷，m の質量をもつ電子１個が，クーロン力 kZe^2/r^2 を受けて運動する水素類似原子（$Z \geqq 2$，例えば，$Z=2$ の時はヘリウムイオン）は，原子の構成ばかりでなく電子の状態とエネルギーにおいても，水素原子（$Z=1$）に類似している。定常状態にある原子では，電子の波動性にもとづく物質波（電子波）が定常波をつくって原子を安定化すると考えられ，原子のエネルギーはとびとびの値をとる。電子は速さ v，半径 r の等速円運動を行うとして，原子内の電子の状態とエネルギーについて以下の問いに答えよ。ただし，プランク定数を h とする。

(1)　電子の運動方程式を書き表せ。

(2)　電子波が定常波をつくる条件を示せ。

(3)　定常状態にある水素類似原子の半径を求めよ。

(4)　定常状態にある水素類似原子のエネルギー準位（電子の運動エネルギーと位置エネルギーの和）を求めよ。

(5)　基底状態にある水素原子のイオン化エネルギーを求めよ。

(6)　基底状態にある水素原子が吸収しうる最小のエネルギーを求めよ。

(7)　基底状態にあるヘリウムイオンのイオン半径は水素原子の何倍か。

(8)　ヘリウムイオンから放射される光のうち，水素原子と同じ波長の光はどの準位からどの準位に移る時の光か，対応する水素原子の準位と共にひとつ例をあげよ。

＜ Note ＞

2

He^{+}, Li^{2+}, Be^{3+}, …のように1個の原子核とただ1個の電子から構成されるイオンを「水素様(よう)イオン」という。水素様イオンはその定常状態の構造が水素原子に類似している。したがって，放出される光子の波長スペクトルについても類似性が見られる。この水素様イオンについて以下の問いに答えよ。ただし，電子の質量を m_e，電気素量を e，真空の誘電率を ε_0，プランク定数を h とする。また，必要に応じて次の数値と表のデータを用いよ。

真空中の光速度 $c=3.00\times10^{8}$ [m/s]　　電気素量 $e=1.60\times10^{-19}$ [C]

プランク定数 $h=6.63\times10^{-34}$ [J·s]$=4.14\times10^{-15}$ [eV·s]

水素原子の量子数 n に対する定常状態のエネルギー E_n^{H}

n	1	2	3	4	5	6	…	∞
E_n^{H} [eV]	−13.6	−3.40	−1.51	−0.850	−0.544	−0.378	…	0

問1　以下の文中の空欄にあてはまる適当な式，記号を記入せよ。

例えば炭素Cの水素様イオンは (1) である。一般に原子番号 Z の水素様イオンについて，量子数が n の定常状態のエネルギー $E_n(Z)$ を求めよう。考え方は水素原子の場合と同様であるが，原子核の正電荷が水素原子の場合の Z 倍であることに注意しよう。原子核は電子に比べて非常に重いので，静止しているものとする。

まず，量子数が n の定常状態について，電子の軌道半径を r，速さを v とすると，軌道1周の長さが電子のド・ブロイ波長の n 倍に等しいという量子条件から，

$2\pi r=$ (2) …(i)

この(i)式，および電子に働く遠心力と電気力とのつり合いの式である

$$\frac{m_e v^2}{r}=\frac{\boxed{(3)}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\quad\cdots\text{(ii)}$$

から v を消去すると，定常状態の軌道半径として，

$r=$ (4) …(iii)

一方，r を用いて電子の位置エネルギー U を表すと $U=$ (5) である。また，電子の運動エネルギー $K=\dfrac{m_e v^2}{2}$ は，(ii)式から，r を用いて，$K=$ (6) と表せる。よって，電子の全エネルギー $E_n(Z)$ は r を用いて，

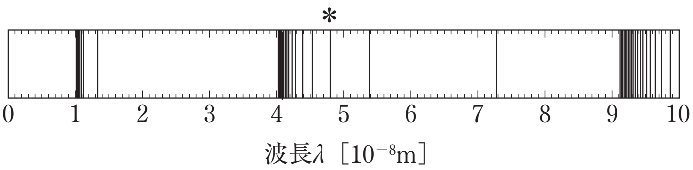
$E_n(Z)=U+K=$ (7) …(iv)

(iv)式中の r に(iii)式を代入して r を消去すれば，結局 $E_n(Z)=$ (8) となる。したがって，原子番号 Z の水素様イオンの定常状態のエネルギーは，対応する水素原子の定常状態のエネルギーの (9) 倍である。

また，原子番号 Z の水素様イオンが，量子数が n の定常状態から m の定常状態に移るときに放出される，光子の波長の逆数は $1/\lambda=$ (10) と表せる。

< Note >

問２　ある１種類の水素様イオンから放出される光子を測定したところ，右図のような波長スペクトルが得られた。（なお，強度が小さい線も同じ強度に見えるように修正してある。）ところどころにスペクトル線が集中して重なっているが，これはどのような理由によるものか。問１の結果を用いて定性的に説明せよ。



問３　図のスペクトルから，この水素様イオンの元素名を判定せよ。

問４　図で＊を記したスペクトル線は，問３で特定されたイオンがどの定常状態からどの定常状態に移るときに放出された光子に対応するものか。量子数で答えよ。

問５　この水素様イオンの量子数 $n=2$ の定常状態にあった電子を，原子核から完全に引き離し，１個の原子核と１個の自由な電子にするために最低限必要なエネルギー［eV］を求めよ。

＜ Note ＞

第３講　確認テスト

水素原子は陽子のまわりを１つの電子が回る原子である。この原子のエネルギー準位について考えてみよう。電荷 $+e$ の静止している陽子のまわりを回る電荷 $-e$，質量 m の電子の運動を半径 r，速さ v の等速円運動と仮定する。文章中の［　　］の中に入れるべき正しい答を，それぞれの選択肢の中から選べ。ここで，k_0 は静電気力の真空中での比例定数，h はプランク定数である。

この円運動において，電子に陽子から静電気力が働いているので電子の運動方程式は次の式になる。

$$\boxed{(1)} = k_0\frac{e^2}{r^2} \qquad [1]$$

また，電子の運動エネルギー K は速さ v を用いて $K=\boxed{(2)}$ と表せる。

$\boxed{(1)}$ の選択肢

① mrv　　② mrv^2　　③ $m\dfrac{v}{r}$　　④ $m\dfrac{v^2}{r}$

$\boxed{(2)}$ の選択肢

① mv　　② mrv　　③ mv^2　　④ $\dfrac{1}{2}mv^2$

電子の静電気力の位置エネルギー U は，電子が陽子から無限の遠方にある場合をゼロとすると，距離 r の位置では負の値をとり，$U=\boxed{(3)}$ となる。水素原子の電子の力学的エネルギー E は $E=K+U$ となる。式［1］を用いて，E から v を消去し，E を円運動の半径 r の関数として表すと

$$E=\boxed{(4)} \qquad [2]$$

となる。

$\boxed{(3)}$ の選択肢

① $-k_0\dfrac{e}{r}$　　② $-k_0\dfrac{e^2}{r}$　　③ $-k_0\dfrac{e^2}{2r}$　　④ $-k_0\dfrac{2e^2}{r}$

$\boxed{(4)}$ の選択肢

① $-k_0\dfrac{e^2}{r}$　　② $-k_0\dfrac{e^2}{2r}$　　③ $k_0\dfrac{e^2}{2r}$　　④ $-k_0\dfrac{2e^2}{r}$

以上は古典論（19 世紀までの理論）によるが，このままではいくつかの困難が存在し，原子模型は不完全であった。そこで 1913 年，ボーアは量子条件というものを導入し，水素原子の模型を完成させた。ボーアによれば，定常状態における水素原子の模型では次の条件が満たされなければならない。

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \qquad [3]$$

ここで，n は正の整数である。式［1］と［3］を用いて軌道半径 r を n の関数として表すと

$$r = \boxed{(5)}\, n^2 \qquad [4]$$

となる。また，式［2］と［4］よりエネルギー E も n の関数として表すことができ

$$E_n = \boxed{(6)}\, \frac{1}{n^2} \qquad [5]$$

のようになる。式［4］と［5］により，水素原子の電子の軌道半径やエネルギーはとびとびの値をもつことになる。式［5］で $n=1$ に対応する最低のエネルギー準位の E_1 の値は，数値を入れて計算すると -13.6 [eV] になる。

$\boxed{(5)}$ の選択肢

① $\dfrac{h^2}{2\pi^2 k_0 me^2}$　② $\dfrac{h^2}{4\pi k_0 me^2}$　③ $\dfrac{h^2}{4\pi^2 k_0 me^2}$　④ $\dfrac{h^2}{\pi^2 k_0 me^2}$

$\boxed{(6)}$ の選択肢

① $\dfrac{h^2}{2\pi^2 k_0 me^2}$　② $\dfrac{h^2}{4\pi^2 k_0 me^2}$　③ $-\dfrac{4\pi^2 k_0^2 me^4}{h^2}$　④ $-\dfrac{2\pi^2 k_0^2 me^4}{h^2}$

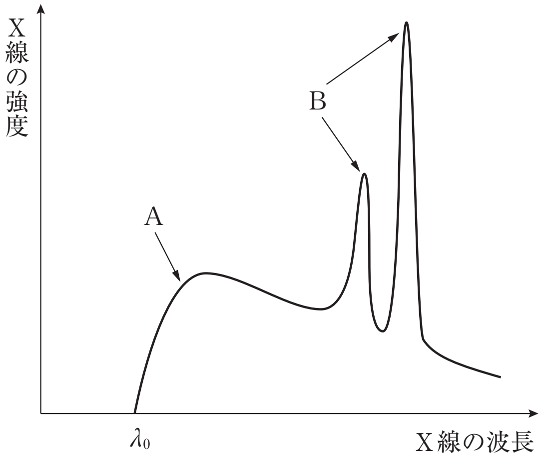
第４講　Ｘ線と結晶解析

1

次の文章を読み以下の問いに答えなさい。ただし，電子の電荷を $-e$（$e>0$），電子の質量を m，光速を c，プランク定数を h とする。

1895 年にレントゲンは，透過力の強い未知の放射線を発見しこれをＸ線と名付けた。Ｘ線は，波長の短い［(ア)］であり，その波長が［(イ)］ほどエネルギーが高く，透過力が［(ウ)］。

Ｘ線の発生装置は，陰極のフィラメントを加熱して出てくる熱電子を高い電圧 V で加速して陽極の金属ターゲットに衝突させて，Ｘ線を発生する。図は，陰極と陽極の電圧を V としたときに得られるＸ線の強度と波長の関係を表したものである。この図のＡの部分は［(エ)］，Ｂの部分は［(オ)］と呼ばれている。加速する電圧 V を変えると，Ａの最短波長 λ_0 は［(カ)］が，<u>Ｂの部分の波長は［(キ)］。</u>



図

(1)　文章中の空欄［(ア)］から［(キ)］に入る最も正しいものを次の①～⑭から選び番号で答えなさい。

①　ド・ブロイ波	②　物質波
③　電磁波	④　衝撃波
⑤　強　い	⑥　弱　い
⑦　短　い	⑧　長　い
⑨　連続Ｘ線	⑩　散乱Ｘ線
⑪　固有（または特性）Ｘ線	⑫　透過Ｘ線
⑬　変わらない	⑭　変わる

(2)　Ｘ線の最短波長 λ_0 を e，V，h，c を用いて表しなさい。

(3)　加速した電子の物質波の波長 λ_e を e，V，h，m を用いて表しなさい。

(4)　下線部の理由を簡潔に書きなさい。

＜ Note ＞

2

次の[　　]の中に適当な式または数値を入れよ。ただし，電子の電荷を $-e$ [C]，電子の質量を m [kg]，光速度を c [m/s]，プランク定数を h [J·s] とする。

(1) 図１はＸ線管球の内部を示したものである。真空中でフィラメントに電流を流すことによりフィラメントＦから熱電子が放出される。ターゲットＴを陽極としてＦとＴとの間に電圧 V [V] をかけると，電子は加速されてターゲット表面に達する。いまＦにおける電子の初速度が 0 [m/s] であるとき，電圧 V [V] で加速された電子がＴに達したときの運動エネルギーは[(ア)] [J] となる。

電子がＴにおいて急に止められると，その運動エネルギーの全てまたは一部がＸ線光子のエネルギーとなる。これが連続Ｘ線と呼ばれるものである。連続Ｘ線の波長を λ，振動数を ν とする。いま電子の運動エネルギーが全てＸ線光子のエネルギーに変換されるとき，[(ア)] ＝ [(イ)] [J] となる。λ と ν の間には [(ウ)] $=c$ [m/s] という関係があるので，$\lambda=$ [(エ)] [m] が連続Ｘ線の最短波長を与える。

つぎに，ＦからＴに向かう電子の運動エネルギーを吸収してＴの金属原子が励起状態となる場合を考える。電圧 V [V] が十分高いと金属原子から電子が飛び出して励起状態となる。励起状態から基底状態に戻る際に，電子は高いエネルギー準位から低いエネルギー準位に移り，Ｘ線が放射される。これが特性Ｘ線（または固有Ｘ線）と呼ばれるものである。いま特性Ｘ線の波長を λ_1 [m] とするとＴの金属原子の電子のエネルギー準位の差は[(オ)] [J] となる。

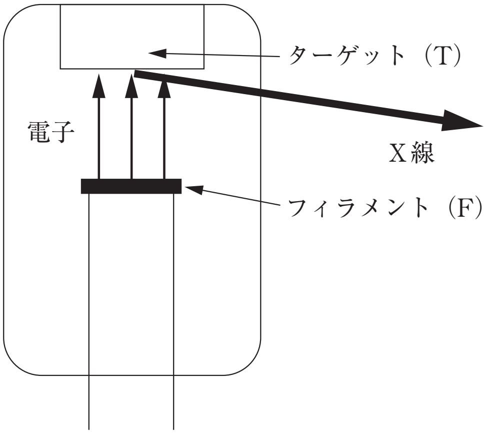


図１

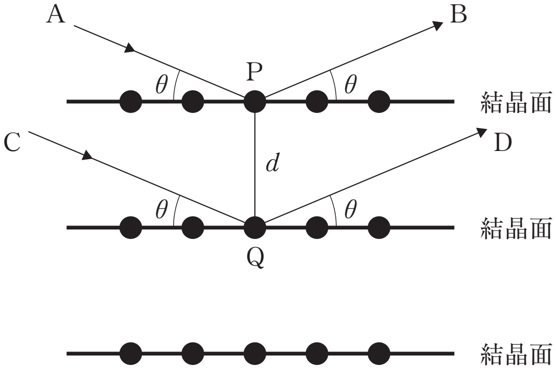


図２

(2) 波長 λ_1 [m] の特性Ｘ線が結晶に入射した場合を考える。図２のように原子が規則的に配列して結晶を形成しているとき，結晶面（格子面）の間隔を d [m] とする。Ｘ線は結晶面で反射され，沢山の面からの反射波が干渉してＸ線回折を起こす。いま１枚目の結晶面で反射されるＸ線の道筋を APB とし，２枚目の結晶面で反射される道筋を CQD とす

＜ Note ＞

る。結晶面とＸ線のなす角度を θ [rad] とすると２つの道筋の差は [(カ)] [m] となる。道筋の差を位相差に変換すると [(キ)] [rad] となる。[(カ)] [m] が１波長に等しいときに位相差が [(ク)] [rad] となって強め合う。これよりブラッグ反射の条件式 [(ケ)] が求まる。

(3)　Ｘ線回折の実験では波長が分かったＸ線を使い，散乱角 2θ [rad] を測定して [(ケ)] の関係から d [m] を求める。図３のように，波長 1.54×10^{-10} [m] のＸ線を結晶試料に入射したところ，強め合ったＸ線が 60° （$\frac{\pi}{3}$ [rad]）の角度に散乱された。このとき結晶面の間隔 d [m] は [(コ)] [m] となる。

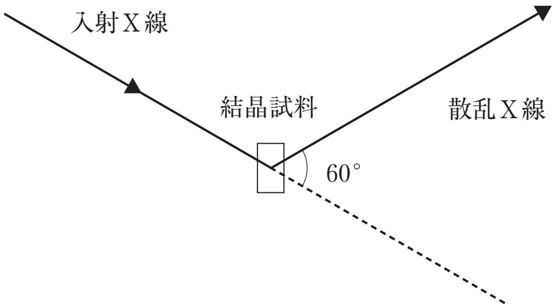


図３

＜ Note ＞

3

　次の文中の空欄に，適当な式または数を入れよ。

　面Ｓを境として真空Ａと物質Ｂとが接しており，この面Ｓで空間の電位が不連続に変わる。電子線がＡからＢに入射すると，図１のように，境界面で光と同じような屈折をする。入射角を θ_1，屈折角を θ_2，Ａ側での電子の運動量を p_1，Ｂ側での運動量を p_2 とすると，ド・ブロイの物質波の関係から電子線の屈折率 μ は

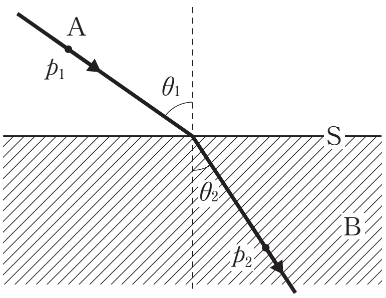


図１

$$\mu=\frac{\sin\theta_1}{\boxed{(イ)}}=\frac{p_2}{\boxed{(ロ)}}\qquad(1)$$

で表される。

　電荷 $-e$，質量 m の電子を加速電圧 V[V] で加速し，運動エネルギー eV[J] でＡ側より入射させる。

　電子の電気的な位置エネルギーをＡ側で０Ｊ，Ｂ側で $-eV_0$ [J] とすれば，

$$eV=\frac{{p_1}^2}{2m}=\boxed{(ハ)}-eV_0\qquad(2)$$

の関係がある。したがって，電子のＡ側での波長 λ_1，Ｂ側での波長 λ_2 は，eV および eV_0 を用いて表すと，それぞれ

$$\lambda_1=\frac{h}{\sqrt{\boxed{(ニ)}}},\quad \lambda_2=\frac{h}{\sqrt{\boxed{(ホ)}}}\qquad(3)$$

となる。ここで，h はプランク定数である。したがって，μ は V，V_0 を用いて

$$\mu=\sqrt{\boxed{(ヘ)}}\qquad(4)$$

で表される。また，(3)の第一式は，λ_1 をÅ（1Å＝10^{-10}m）で表すと，

$$\lambda_1〔Å〕=\sqrt{\frac{150}{V〔V〕}}\qquad(5)$$

である。

　次に，図２のように電子線が真空Ａから結晶格子Ｂに入射する場合を考える。この場合，光と同じように回折や干渉を生じる。いま，境界面Ｓに平行な，面間隔 d なる格子面による電子線の反射（ブラッグ反射）を考える。隣り合っている格子面によって反射される電子線は，それらの道のりの差（径路差）が波長の整数倍になるときだけ強めあう。したがっ

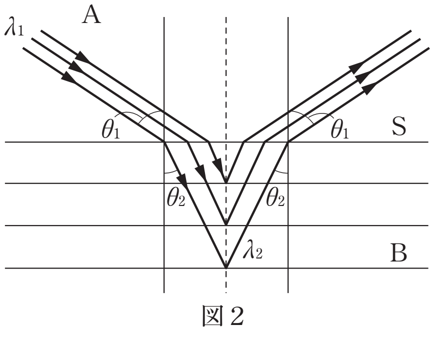


図２

＜ Note ＞

て，格子面による反射線は強めあう方向だけに観察される。

入射波の波長を λ_1，入射角を θ_1，結晶中での波長を λ_2，屈折角を θ_2 とすると，この強めあう条件は

$$n\lambda_2 = \boxed{\text{(ト)}} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \qquad (6)$$

となる。

(1)式を用いて(6)式を λ_1，および θ_1 で表すと，

$$\mu^2 - 1 = \boxed{\text{(チ)}} - \cos^2\theta_1 \qquad (7)$$

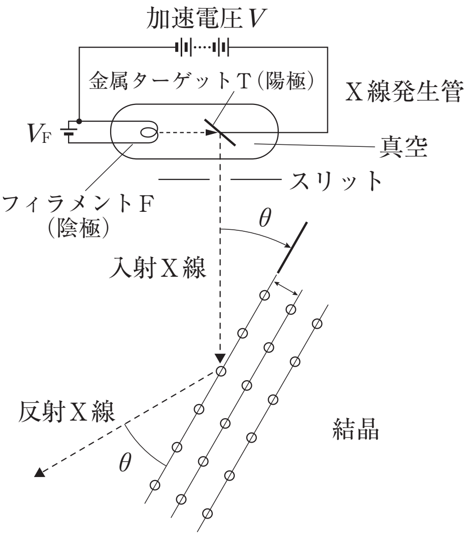
が成立する。

Ｂが岩塩の場合には，内部電位 V_0 は 7.7V，格子面の間隔は 2.8Å である。電子の加速電圧を 60kV とすると，第二次反射（$n=2$）にたいして $\cos^2\theta_1$ の値は，有効数字２桁で $\boxed{\text{(リ)}}$ となる。

＜ Note ＞

第4講　確認テスト

私たちは物質の微細な構造を調べるためにX線や電子線を利用する。以下の文中の［　　］のうち，(2)，(4)，(10)，(11)には式を，(7)，(8)，(9)，(12)には数値（有効数字2桁）を，それ以外には最も適切な語句を選択肢の中から選んで入れよ。必要に応じて，次の記号，または数値を使用せよ。光の速度：$c=3.0\times10^{8}$m/s，プランク定数：$h=6.6\times10^{-34}$J·s，電気素量：$e=1.6\times10^{-19}$C，電子の質量：$m=9.1\times10^{-31}$kg。重力の影響は無視できる。



図に示すようなX線発生管と結晶を用いて回折実験を行う。X線発生管の内部は真空である。フィラメントFを加熱するための電圧 V_F［V］は，加速電圧に対して無視できるほど小さいものとする。フィラメントFを加熱すると電子が真空中に放出される。この電子を［(1)］電子という。陰極であるフィラメントFから初速度0で放出された［(1)］電子は加速電圧 V［V］で加速されて陽極である金属ターゲットTに衝突する。その衝突のときの電子の速さ v［m/s］は，［(2)］［m/s］である。ターゲットTに電子が衝突すると，二種類のX線が発生する。ひとつは広い波長分布を持つ［(3)］X線で，その最短波長 λ_{min}［m］は，［(4)］［m］である。もうひとつはターゲット原子の種類によって，決まった波長に生じる鋭いピークの［(5)］X線である。［(5)］X線は，次のようなしくみで生じる。加速された電子が，ターゲット原子に衝突すると原子内の電子をたたき出す。その電子が占めていた［(6)］に，その外側の［(6)］の電子が落ち込むことによって［(5)］X線が放射される。ターゲット原子の［(6)］間のエネルギー差が 1.875×10^{4}eVであるとき，1eVは［(7)］Jなので，［(5)］X線の波長は［(8)］［m］である。

波長［(8)］［m］の［(5)］X線を，スリットを通して，結晶に照射する。X線の入射方向

をはじめ結晶面に平行（$\theta=0°$）にし，結晶をしだいに回転させたところ，$\theta=30°$ ではじめて強い反射が観測された。このとき，ブラッグ反射の条件から，反射を生じた結晶面の間隔 d [m] は，(9) [m] であることがわかる。このように結晶面の間隔と同程度の波長を持つ電磁波を用いれば，回折実験によって物質の構造についての重要な情報を得ることができる。

ド・ブロイは，粒子である電子にも波動性があると考えた。一般に物質粒子が波動としてふるまうときの波を物質波という。その物質波の波長 λ [m] は，その粒子の運動量 p [kg･m/s] を用いて，(10) [m] と表される。真空中で初速度 0 から電圧 V [V] で加速された電子の物質波としての波長 λ_1 [m] は，(11) [m] である。1.0×10^{-10} [m] の波長を得るためには (12) [V] の電圧で電子を加速すればよい。加速された電子の物質波としての性質を利用してもＸ線と同じように回折実験を行うことができる。

(1) の選択肢

①　光　②　高速　③　熱　④　特性

(2) の選択肢

①　$\sqrt{\dfrac{2em}{V}}$　②　$\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$　③　$\dfrac{h}{2emV}$　④　$\dfrac{h}{\sqrt{2emV}}$

(3) の選択肢

①　高速　②　特性　③　普通　④　連続

(4) の選択肢

①　$\dfrac{h}{p}$　②　$\dfrac{hc}{p}$　③　$\dfrac{hc}{eV}$　④　$\dfrac{eV}{hc}$

(5) の選択肢

①　高速　②　特性　③　普通　④　連続

(6) の選択肢

①　核エネルギー　②　エネルギー系列　③　エネルギー準位　④　振動数

(7) の選択肢

①　1.6×10^{-19}　②　1.2×10^{-19}　③　2.5×10^{2}　④　6.6×10^{-11}

(8) の選択肢

① 1.5×10^{2}　② 3.4×10^{-11}　③ 6.6×10^{-34}　④ 6.6×10^{-11}

(9) の選択肢

① 1.5×10^{2}　② 2.5×10^{2}　③ 6.6×10^{-34}　④ 6.6×10^{-11}

(10) の選択肢

① hp　② $\dfrac{h}{p}$　③ $\dfrac{hc}{p}$　④ $\dfrac{hp}{c}$

(11) の選択肢

① $\sqrt{\dfrac{2em}{V}}$　② $\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$　③ $\dfrac{h}{2emV}$　④ $\dfrac{h}{\sqrt{2emV}}$

(12) の選択肢

① 1.6×10^{-19}　② 1.2×10^{-19}　③ 1.5×10^{2}　④ 2.5×10^{2}

＜ Note ＞

第5講　総合演習①

1

以下の文章を読み，(ア)～(オ)と(ク)，(ケ)については適当な式，(カ)，(キ)，(コ)と(シ)については適当な数値を入れよ。このうち，(コ)，(シ)については有効数字2桁で答えること。また，(サ)には適当な記号を入れよ。必要であれば，$1\,\mathrm{eV}=1.60\times10^{-19}\mathrm{J}$，プランク定数 $h=6.63\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$，光の速さ $c=3.00\times10^{8}\mathrm{m/s}$ を用いよ。

(1)　水素原子から放出される光の線スペクトルの波長 λ は，

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{l^2}\right)\quad (n,\ l=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ \text{ただし，}n<l)\quad \cdots①$$

に従う。ここで R はリュードベリ定数と呼ばれ，その値は $1.10\times10^{7}\mathrm{m}^{-1}$ である。

線スペクトルの波長が①式のように表される理由をボーアの原子模型に従って考えてみよう。原子核は電子に比べてじゅうぶんに重く中心に静止しているものとする。いま，電荷 $+e$ を持つ水素原子核の周りを電荷 $-e$ と質量 m を持つ電子が半径 r の円軌道を速さ v でまわっているとする。このとき，原子核と電子の間に働く静電気力の大きさは k_0 を定数として $k_0\dfrac{e^2}{r^2}$ と書ける。また，円運動の加速度の大きさは $\dfrac{v^2}{r}$ と書けるので，電子の運動方程式は，m，v，r，e，k_0 を用いて [(ア)] $\cdots$②となる。一方，電子を波と考えると，その波長 λ_e（ド・ブロイ波長）は，プランク定数 h を用いて $\lambda_e=\dfrac{h}{mv}\cdots$③と書けるが，電子の波は軌道の円周の長さが波長 λ_e の整数倍，すなわち $2\pi r=n\lambda_e\cdots$④のときのみ定常波として存在することができる。この正の整数 n は量子数と呼ばれる。②，③，④式から v を消去すると，量子数 n の定常状態における電子の軌道半径 r_n は，m，e，k_0，h，n を用いて $r_n=$ [(イ)] $\cdots$⑤と書ける。また，この量子数 n の定常状態におけるエネルギー E_n は，電子の運動エネルギーと静電気力による位置エネルギーの和と考えられるので，m，e，k_0，h，n を用いて $E_n=$ [(ウ)] $\cdots$⑥となる。電子がエネルギー E_l の定常状態からエネルギー E_n の定常状態に落ちる時に放出される光の波長 λ は，E_l，E_n，h，c を用いて $\lambda=$ [(エ)] $\cdots$⑦と表せる。したがって，①，⑥，⑦式より，R は，m，e，k_0，h，c を用いて $R=$ [(オ)] $\cdots$⑧となることがわかる。また，①式の線スペクトルは，n の値によって決まるいくつかの系列に分かれる。各系列の波長の最小値 λ_{min} と最大値 λ_{max} は，

$$\lambda_{\mathrm{min}}=\frac{n^2}{R}\cdots⑨,\quad \lambda_{\mathrm{max}}=\frac{1}{R}\times\frac{1}{\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{1}{(n+1)^2}}\cdots⑩$$

と書くことができる。

(2)　実際に，水素原子から放出される光を分光器で観測したところ，図1のような線スペクトルが得られた。分光器の測定可能な波長領域は $3.00\times10^{-7}\mathrm{m}$ から $7.00\times10^{-7}\mathrm{m}$ である。

＜ Note ＞

図中の輝線bに対応する①式の（n, l）の値は，(n, l)＝([(カ)], [(キ)] ）と推定される。

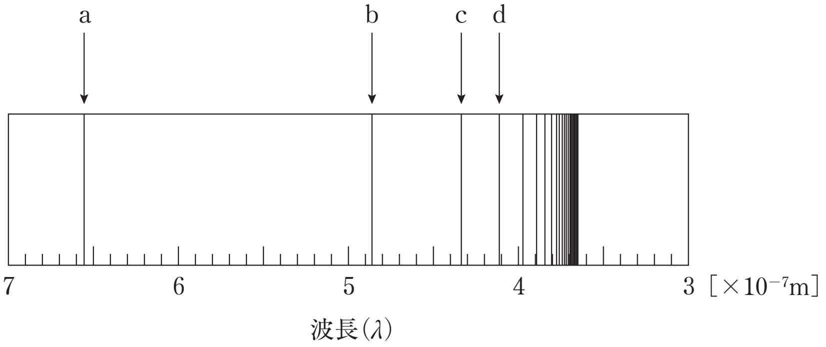


図1

(3)　次に，図2のような光電管の陰極と陽極の間に適当な電圧をかけ，水素原子の放出する光を陰極の表面に当ててみたところ，電流が流れた。これは，光電効果によって陰極の表面から電子（光電子）が飛び出して電流（光電流）が流れたものと解釈できる。入射する光の振動数を ν，陰極の仕事関数を W とすると，飛び出した光電子の運動エネルギーの最大値 K_{max} は，h，ν，W を用いて K_{max}＝ [(ク)] と書ける。また，光の振動数 ν は，c，λ を用いて ν＝ [(ケ)] と表せる。陰極の仕事関数 W を 2.30eV とすると，波長が [(コ)] $\times 10^{-7}$m 以上の光は光電効果をおこさない。したがって，図1の線スペクトルのうち [(サ)] に対応する光は光電流に寄与しないと考えられる。また，陽極に負の電圧（陰極に対する陽極の電位）$-V_A$ をかけ，V_A をじょじょに大きくし V_M にすると，電流が流れなくなった。この限界電圧 V_M は [(シ)] V である。ただし，波長が 3.00×10^{-7}m 以下の入射光は，光電管のガラスで完全に吸収され，光電管内部へ透過しないものとする。

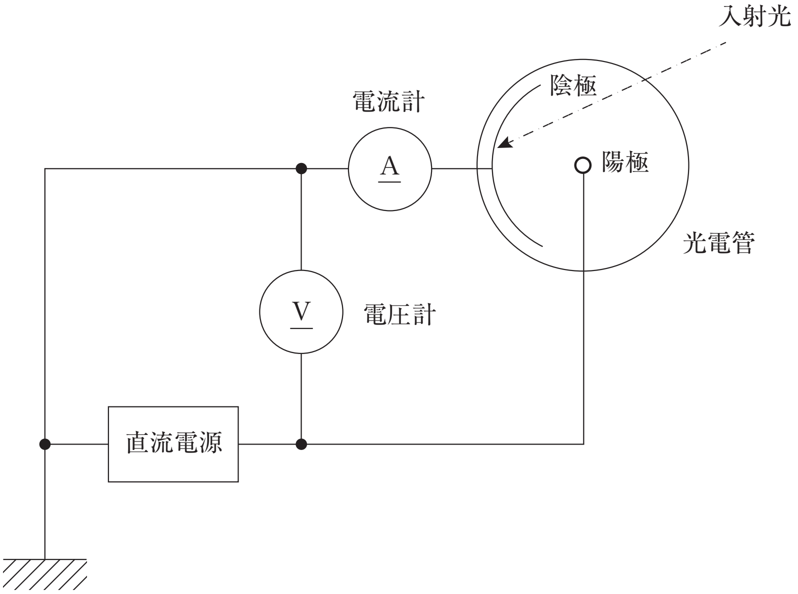


図2

＜ Note ＞

2

質量 m の単原子分子からなる絶対温度 T の理想気体を考え，その分子の平均運動エネルギーを $\frac{1}{2}mv_0{}^2$ と表す。ただし．$v_0=\sqrt{<v^2>}$ であり，$<v^2>$ は分子の速さの二乗平均を表す。このとき平均運動エネルギーと T の間には，k をボルツマン定数として

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 = \boxed{(ア)} \qquad (1)$$

という関係がある。

気体分子には基底状態（エネルギー E_0）と励起状態（エネルギー E_1）の二つの状態があるとし，基底状態の電子が振動数 f_1 の光を吸収して励起状態に遷移した場合，f_1 は h をプランク定数として

$$E_1-E_0 = \boxed{(イ)} \qquad (2)$$

という関係式を満たす。励起された電子は極めて短時間後に振動数 f_1 の光を放出して基底状態に戻る。

さて，音波では発音体や受音体が動いている場合，両者ともに静止しているときに比べ，振動数が変化して受け取られる現象が知られている（ドップラー効果)。光の波（速さを c とする）にも同様な効果が存在しており，たとえば振動数 f の光が速さ v を持つ気体分子の運動方向前方から当てられた場合，その光の振動数は音波と同じ式により $f\frac{c+v}{c}$ の振動数の光として受け取られる。したがって，速さ v_0 を持つ分子に f_1 より少し小さい特定の振動数 f_0 の光を運動方向前方から当てれば，ドップラー効果により分子はそれを見かけ上 f_1 の光として吸収し，エネルギー E_0 の状態にいた電子はエネルギー E_1 の状態に励起される。このとき $\boxed{(イ)}$ を f_0 を用いた形で表すと $\boxed{(ウ)}$ となる。一方，光を放出するときはその振動数が f_1 であるので，放出光と吸収光にエネルギー差が生じ，このエネルギー差はエネルギー保存則により分子の運動エネルギーの減少分となる。すなわち，光吸収前に速さ v_0 であった分子と，光放出後に速さ v_1（$<v_0$）になった分子の運動エネルギー差は振動数 f_1 の放出光と振動数 f_0 の吸収光のエネルギー差に等しい。この等式を m，v_0，v_1，f_0，c および h で表すと，$\boxed{(エ)}$ となる。

これを利用すると，分子の運動エネルギーを減らす効果（冷却効果）を得る．厳密には分子の運動方向や速さの分布を正しく考慮する必要があるが，大まかな取り扱いとして $\boxed{(エ)}$ で求められた運動エネルギーの減少をそのまま平均運動エネルギーの減少と考え，さらに分子の平均運動エネルギーと温度の関係を考慮し，光の振動数 f_0 を用いて温度の低下を計算すると，温度は T から

$$T' = \boxed{(オ)} \qquad (3)$$

に下がる。これがレーザー冷却と呼ばれる，気体の冷却方法の原理的な考え方である。

＜ Note ＞

3

光を鏡で反射させたり，プリズムで屈折させたりすると，鏡やプリズムは光から力を受ける。実際，光が及ぼす力を利用し，原子を静止させたり，微粒子を捕捉し移動させるといった実験が行われている。

光が物質に及ぼすことは光の粒子性を用い容易に説明できる。量子論によると，光は，エネルギー E，運動量 p（運動量の方向は光の進行方向と同じである）の粒子（光子）の集まりである。光子が運動量を持っていることに着目しよう。反射や屈折によって光が曲がるということは，光子の進行方向が変化することであり，したがって，運動量が変化することになる。気体分子運動論において分子の壁への衝突が気体の圧力を与えるのと同様に，光子の運動量の変化は，反射や屈折を引き起こした物体に対し力積として働くのである。

計算を簡単にするために，問題を２次元（xy 面）に限定し，光の進行方向は xy 面内にあるとする。さらに，非常に細い光ビームを考え，１本の光線で近似できるとする。光の波動性による回折効果は考えない．光は振動数 ν の単色光とする。

(1)　振動数 ν の光子のエネルギー E と運動量の大きさ p を表す式を書け。ただし，プランク定数を h，真空中の光速度を c とする。

　また，光のパワー（進行方向に垂直な断面を単位時間当たりに通過するエネルギー）が S のとき，断面を単位時間当たりに通過する光子の数 N を求めよ。

(2)　図１は頂角 A，屈折率 n のプリズムによって光が曲げられる様子を示したものである。プリズムに入る光線（入射光線）とプリズムから出ていく光線（射出光線）の間の角度を偏角という。入射光線と射出光線が頂角の２等分線に対して対称になるときの偏角 Δ，頂角 A，屈折率 n の間の関係を光の屈折の法則から求めよ。ただし，空気の屈折率は１とする。

　頂角 A が十分小さいときは，偏角 Δ も小さくなる。このときの Δ の近似式を求めよ。ただし，$|x|\ll 1$ であれば x の１次式までの精度で，$\sin x \fallingdotseq x$，$\cos x \fallingdotseq 1$ としてよい。

(3)　次に，プリズムの代わりに，半径 R，屈折率 n の円柱状の物体による屈折を考える。入射光線を x 軸，円柱の軸の方向を z 軸にとり，円柱の中心の xyz 座標を（0, y, 0）とする。図２に示すように，円柱物体による光線の屈折は，光線の入射点と射出点で円に接するプリズムによる，頂角の２等分線に対して対称な屈折と同じになる。このことを利用し，位置 y が半径 R に比べて十分小さいときの偏角 $\Delta(y)$ を，y/R の１次までの精度で近似的に求めよ。

(4)　パワー S の光線を，設問(3)の円柱物体に入射させた。円柱の軸の位置 y が半径 R に比べ十分小さいとき，物体に働く力の x, y 成分を，y/R の１次までの精度で近似的に求めよ。ただし，物体による光の反射および吸収はないものとする。

(5)　円柱物体が無重力空間に静止していた。設問(4)と同じ条件で光線を入射させたところ，物体は y 方向に振動を始めた。その振動数はいくらか。ただし，物体の質量を m とせよ。

＜ Note ＞

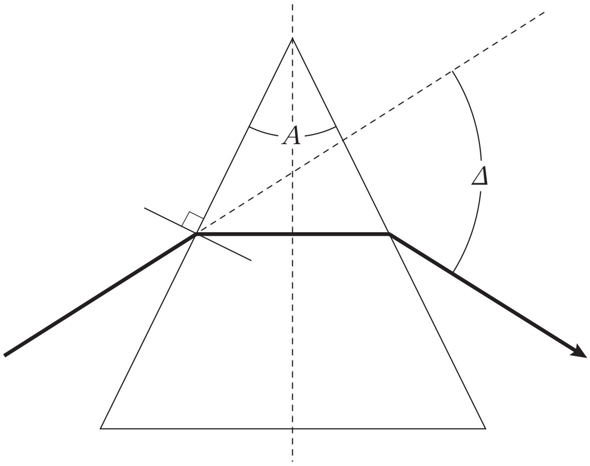


図１

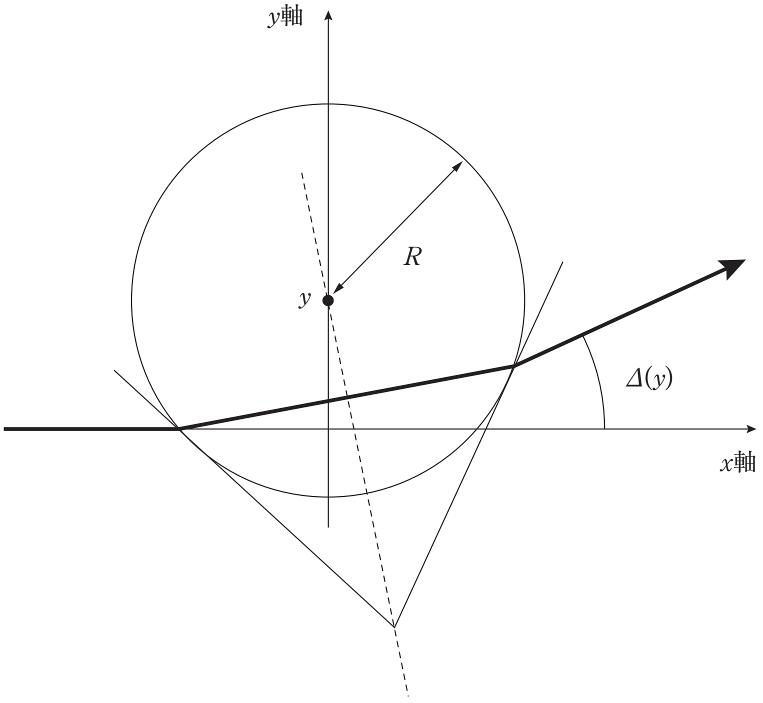


図２

＜ Note ＞

第5講　確認テスト

19世紀末から20世紀初め，電荷にはもはやそれ以上細かくできない「基本単位」が存在すると考えられるようになってきた。ミリカンは油滴実験と呼ばれる有名な実験によってこの説を初めて明確に証明し，1923年のノーベル物理学賞を受賞した。実験の原理は以下にのべるように高校物理の知識で理解できる。以下に適切なものを選択肢より選んで答えよ。

〔1〕

密度 ρ [kg/m^3] の小さい球に働く力を考えよう。球の半径を a [m]，重力加速度の大きさを g [m/s^2] とするならば球に作用する重力の大きさは (1) [N] である。空気中を動く物体が速度の逆方向に抵抗力を受けることは経験からもわかる。小さい球の場合，抵抗力の大きさ F は球の半径 a と速さ w [m/s] に比例する事が知られており，ある定数 μ を使って $F=6\pi\mu aw$ [N] と表せる。μ [N·s/m^2] は空気の流れにくさを表す「粘性係数」とよばれる定数でその値はよく知られている。

空気中を落下する小さい球の場合，加速度は抵抗力によってただちに減少し，最終的に球は「終端の速さ」と呼ばれる一定の速さ $W=$ (2) [m/s] で落下する。逆に見れば，終端の速さ W を測定すれば，直接に測定できない半径が $a=$ (3) [m] のように実験データから決定できる。

〔2〕

ミリカンは弟子のフレッチャーと次の図1に示すような装置を用いて次のような実験を行った。油を噴霧器から霧のように吹き出して空気中に小さい油滴をたくさん作った。小さい油滴は表面張力のために球になる。油滴には重力と〔1〕で考えたような抵抗力が作用する。〔1〕と同じように，油滴半径を a，密度を ρ としよう。このような球状油滴が落下して図1の距離 D [m] 離れた二枚の水平な電極板にはさまれた空間に入った後，油滴はX線で照射され，正又は負に帯電した。この電荷を q [C] としよう。二枚の電極板には電位差 V [V] がかけられ油滴の鉛直方向の運動を顕微鏡で観察する。D が電極板の大きさに比べ十分小さいならば，二枚の電極板の間に作られる電場が油滴に及ぼす力の大きさは (4) [N] である。決定したいのは q の大きさであり，そのために様々な方法が考えられる。正確さは欠くが，最も簡単な方法は次のようなものである。まず $V=0$ にして，ゆっくり落下してゆく油滴に目をつける。次に電位差 V を与え，油滴が停止するように電位差を調整する。停止した電位差を V_0 [V] とすると電荷 q [C] は a，ρ，V_0，D 等を使って $q=$ (5) [C] と表される。一方，油滴の半径は，電位差を $V=0$ にしておいて，〔1〕で述べたように終端の速さ W を測定すれば決定できる。（W は顕微鏡を使って測定できる。）測定できる量によって油滴の電荷を表すと $q=$ (6) [C] となって q が実験データから計算できる。

何度も q を測定する実験をくり返し，電荷 q とそれが観測された回数を棒グラフで表すと図2が得られた。もし電荷に「基本単位」があれば，q は基本単位の整数倍の値をもつはず

である。この事を考慮するとグラフから電荷の基本単位はおおよそ (7) $\times 10^{-20}$C と読み取れる。

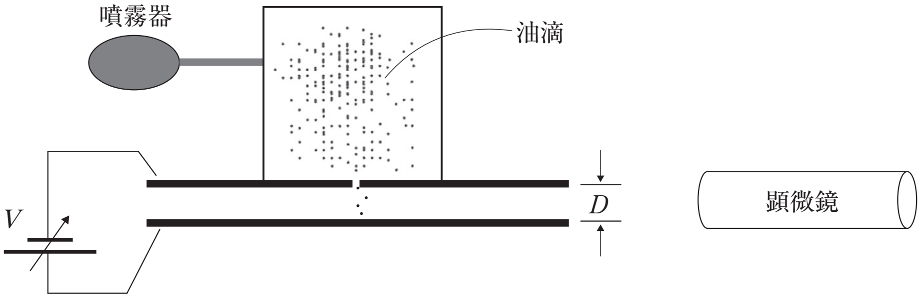


図１

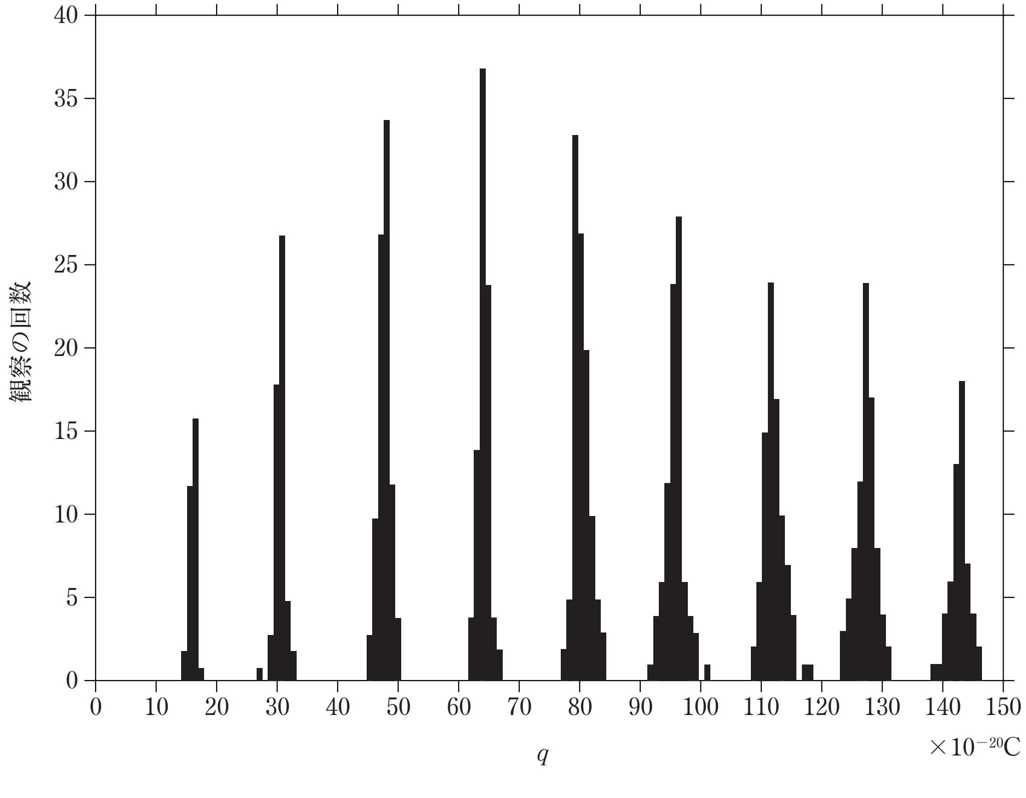


図２

（1）の選択肢

① $4\pi\rho a^2 g$　② $4\pi\rho a^3 g$　③ $\frac{4}{3}\pi\rho a^2 g$　④ $\frac{4}{3}\pi\rho a^3 g$

（2）の選択肢

① $\frac{2\rho a g}{\mu}$　② $\frac{2\rho a^2 g}{9\mu}$　③ $\frac{2\rho a g}{9\mu}$　④ $\frac{2\rho a^2 g}{\mu}$

（3）の選択肢

① $\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}$　② $2\sqrt{\frac{\mu W}{3\rho g}}$　③ $\sqrt{\frac{\mu W}{\rho g}}$　④ $3\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}$

（4）の選択肢

① $\frac{4}{3}\pi\rho a^3 g$　② $\frac{4}{3}\pi\rho a^2 g$　③ $\frac{qV}{D}$　④ qV

（5）の選択肢

① $\frac{4\pi\rho a^3 g D}{3V_0}$　② $\frac{4\pi\rho a^3 g D}{V_0}$　③ $\frac{D}{V_0}$　④ $\frac{V_0}{D}$

（6）の選択肢

① $\frac{18\pi\mu WD}{V_0}\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}$　② $\frac{9\pi\mu WD}{V_0}\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}$　③ $\frac{9\pi\mu WD}{V_0}\sqrt{\frac{\mu W}{\rho g}}$

④ $\frac{18\pi\mu WD}{V_0}\sqrt{\frac{\mu W}{\rho g}}$

（7）の選択肢

① 5　② 15　③ 30　④ 140

< Note >

第6講　核反応

1

原子核に関する以下の問いに答えよ。計算結果は有効数字2桁で答えよ。

(1)　原子核は，陽子と中性子からなる。ウラン$^{235}_{92}\mathrm{U}$の原子核は，陽子と中性子それぞれ何個からなるか。

(2)　陽子の質量 $m_{\mathrm{p}}=1.6726\times10^{-27}\mathrm{kg}$，中性子の質量 $m_{\mathrm{n}}=1.6749\times10^{-27}\mathrm{kg}$ であり，$^{235}_{92}\mathrm{U}$の原子核の質量 $M_{\mathrm{u}}=3.9019\times10^{-25}\mathrm{kg}$ である。

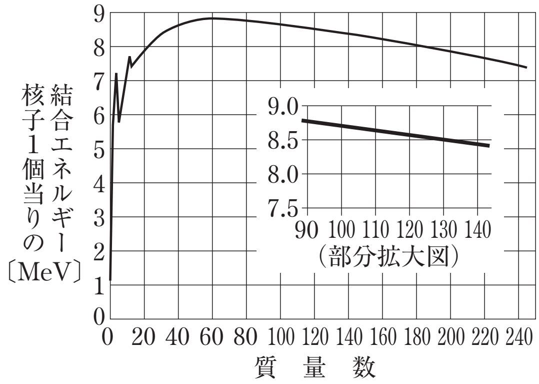
(i)　原子核の質量は，原子核を構成する粒子（核子）の質量の和より小さく，この質量の差を質量欠損という。$^{235}_{92}\mathrm{U}$の場合の質量欠損 ΔM_{u} はいくらか。

(ii)　この質量欠損は何ジュールのエネルギーに相当するか。
ただし，光の速さ $c=3.00\times10^{8}\mathrm{m/s}$ である。

(iii)　$^{235}_{92}\mathrm{U}$の核子1個当たりの結合エネルギーはいくらか。

(3)　以下の文章の［　　］を適当な語句や数値でうめよ。

右図に，核子1個当たりの結合エネルギーを質量数に対して示す。図からこのエネルギーは，質量数［(イ)］の付近で最も大きいことがわかる。このエネルギーの大きな原子核では，核子間の結合は［(ロ)］く，したがって，原子核はこわれ［(ハ)］い。質量数の大きい（240あたりの）原子核が中位の原子核に［(ニ)］すると，また質量数の小さな（2あたりの）原子核が［(ホ)］すると，結合エネルギーの［(ヘ)］に相当するエネルギーが放出される。例えば，$^{235}_{92}\mathrm{U}$核1個が質量数140と95の2個の原子核に［(ニ)］したとすると，［(ト)］Jのエネルギーが放出されることになる。ただし，$1\,\mathrm{MeV}=1.60\times10^{-13}\,\mathrm{J}$ である。この値をもとに，1kgの$^{235}_{92}\mathrm{U}$が完全に上述のような［(ニ)］をした場合に発生するエネルギーを求めると，［(チ)］Jが得られる。



＜ Note ＞

2

ウラン$^{235}_{92}U$の原子核に，低速の中性子$^{1}_{0}n$を当てると，クリプトン$^{92}_{36}Kr$とバリウム$^{141}_{56}Ba$の２つの原子核に分裂した。この核分裂で放出される核エネルギーを求めてみよう。次の文章中の空欄①については㋐～㋓のうち正しいものを１つ選び，②，③，④，⑥は数値，⑤は数式で記入しなさい。

核分裂では，原子核が分裂すると同時に何個かの高速の中性子が放出される。核分裂の前後では（①　㋐　質量数，㋑　原子番号，㋒　運動量，㋓　エネルギー）の和が保存されることを用いて，この核分裂で放出される中性子の数は（　②　）個と求められる。原子の質量は，炭素$^{12}_{6}C$原子１個の質量の（　③　）分の１を単位とする原子質量単位 [u] を用いて表すことができる。ウラン$^{235}_{92}U$，中性子$^{1}_{0}n$，クリプトン$^{92}_{36}Kr$，バリウム$^{141}_{56}Ba$の質量を，それぞれ，235.0439 [u]，1.0087 [u]，91.8973 [u]，140.9139 [u] とすると，この核分裂により失われる質量は，小数点以下第４位まで求めると（　④　）[u] となる。アインシュタインの相対性理論によれば，質量とエネルギーとは同等であって，真空中の光の速さを c [m/s] とすると，質量 m [kg] は，エネルギー（　⑤　）[J] に相当する。したがって，$c=3.00\times10^{8}$ [m/s]，1 [u] $=1.66\times10^{-27}$ [kg] とすると，１個のウラン$^{235}_{92}U$が核分裂するとき放出される核エネルギーは，有効数字３桁で表すと（　⑥　）[J] となり，約 200 [MeV] であることがわかる。

＜ Note ＞

3

ウラン$^{238}_{92}\mathrm{U}$は，ヘリウム$^{4}_{2}\mathrm{He}$の原子核であるα粒子を放出してトリウム$^{234}_{90}\mathrm{Th}$に変わる。この核反応は次のように表せる。

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

ウラン$^{238}_{92}\mathrm{U}$，トリウム$^{234}_{90}\mathrm{Th}$，ヘリウム$^{4}_{2}\mathrm{He}$の原子核の質量をそれぞれ，237.9997u，233.9936u，4.0015uとして以下の問いに答えよ。ここで，uは原子質量単位($1\mathrm{u}=1.66\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$)である。また，光の速さは$3.0\times10^{8}\mathrm{m/s}$とせよ。

(1)　この核反応によって生じたエネルギーを求めよ。

(2)　反応が起こる前，$^{238}_{92}\mathrm{U}$は静止していたとする。反応後に$^{234}_{90}\mathrm{Th}$とα粒子が互いに十分遠くに離れた場合について次の問いに答えよ。

(a)　α粒子の速さv_αと$^{234}_{90}\mathrm{Th}$の速さv_Tの比v_α/v_Tを求めよ。

(b)　α粒子のもつ運動エネルギーを求めよ。

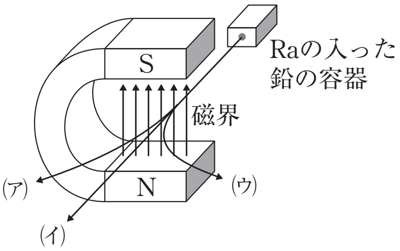
(3)　トリウム$^{234}_{90}\mathrm{Th}$は，さらに２回のβ崩壊によって比較的安定な原子核に変わる。この原子核の原子番号Zと質量数Aを求めよ。

＜ Note ＞

第６講　確認テスト

次の文章中の空欄について選択肢のうち正しいものを１つ選びなさい。

ウランやラジウムのように，原子核の中には不安定のものがあり，放置すると自然に放射線を出して他の原子核に変化する。この現象を放射性崩壊といい，このような原子核を放射性原子核という。$^{226}_{88}\mathrm{Ra}$は，α 線とよばれる放射線を出して，$^{222}_{86}\mathrm{Rn}$に放射性崩壊（α 崩壊）する原子核である。α 線を一様な磁界中に通すと図の［(1)］の軌跡を描く。このことから，ラザフォードによって α 線の正体がヘリウム原子核であることが明らかにされた。α 崩壊ではヘリウム原子核が放出されるため，元の原子核の質量数を A，原子番号を Z とすると，α 崩壊後の原子核の質量数は［(2)］，原子番号は［(3)］と表される。



放射性崩壊には原子核内の中性子が陽子に変化して電子を放出する現象もある。これを β 崩壊といい，原子核は質量数が同じで原子番号が１だけ大きな原子核に変わる。$^{226}_{88}\mathrm{Ra}$は最終的に安定な原子核である$^{206}_{82}\mathrm{Pb}$に変化するが，以上のことから$^{206}_{82}\mathrm{Pb}$に変化するまでに α 崩壊を［(4)］回，β 崩壊を［(5)］回くり返すことが分かる。

［(1)］の選択肢

①　ア　　②　イ　　③　ウ　　④　該当なし

［(2)］の選択肢

①　A−4　　②　A−2　　③　A−1　　④　A

［(3)］の選択肢

①　Z−4　　②　Z−2　　③　Z−1　　④　Z

［(4)］の選択肢

①　5　　②　4　　③　2　　④　0

［(5)］の選択肢

①　5　　②　4　　③　2　　④　0

＜ Note ＞

第７講　半減期と年代測定

1

放射能の強さの単位はベクレル（記号 Bq）である。1 Bq は原子核が毎秒１個の割合で崩壊するときの放射能の強さである。また半減期とは，ある放射性原子核がもとの数の半分になるまでの時間をいい，原子核の種類によって定まった値である。放射性崩壊に関して以下の問いに答えよ。ただし，以下に扱う放射性原子核の半減期は，１秒に比べて十分長いものとする。

問１　ある放射性原子核が最初 N_0 個あったとして，時間 t [s] が経過した後に，N_1 個崩壊せずに残っているとすると，N_1 と N_0 の関係は，

$$N_1 = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{At}$$

と書ける。指数の中の t の係数 A を半減期 T [s] を用いて表せ。

問２　問１のときから，さらに１秒経過した後（t から１秒経過後）に残っている原子核の数 N_1' を示せ。

問３　問１，問２の内容から，時間 t 経過後の放射能の強さを Bq の単位で近似的に表すことができる。その式を示せ。

問４　時間 t 経過後から，さらに半減期に相当する時間 T が経過した後（最初からは $t+T$ 経過後）に崩壊せずに残っている原子核の数 N_2 を示せ。

問５　問２と同様に，問４のときから，さらに１秒経過した後（$t+T$ から１秒経過後）に残っている原子核の数 N_2' を求めよ。さらに，問３と同様にして，最初から時間 $t+T$ 経過後の放射能の強さを Bq の単位で表せ。

問６　問３と問５の結果を使って，最初から時間 $t+T$ 経過後の放射能の強さと，最初から時間 t 経過後の放射能の強さの比を求めよ。

以上のことから，放射能の強さは，その時点の放射性原子核の数に比例し，原子核の数の変化と同様に，時間的に変化することがわかった。

さて，炭素は，通常その 1.00g 中に約 0.235Bq の放射性の ^{14}C を含んでいる。植物中に存在する炭素についても，その生命が維持されている限りは，同じ割合の ^{14}C を含んでいる。しかし，木がいったん伐採されると，その木の中の ^{14}C は，その半減期 5.73×10^3 年で崩壊を続け，炭素中の ^{14}C の割合は減少する。したがって，木製品中の炭素の放射能の強さを調べ

＜ Note ＞

れば，その木が何年前に伐採されたかが推定できる。

問７　ある木製品中の炭素の放射能の強さを調べたところ，炭素 1.00g 当り 0.155Bq であった。この木製品に使われている木は，何年前に伐採されたと推定できるか。表１を参照して求めよ。なお，1.00g の炭素原子の数と比べて，0.235Bq の^{14}Cの原子数は１兆分の１以下であり，1.00g の炭素を扱う場合は，^{14}Cの崩壊による減少は無視できる。

表１　$\left(\frac{1}{2}\right)^X$の値

X	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\left(\frac{1}{2}\right)^X$	0.933	0.871	0.812	0.758	0.707	0.660	0.616	0.574	0.536	0.500

＜ Note ＞

2

次の［　　］の中に適当な語句，数値，記号または式を記入しなさい。また指示のあるところではグラフを書きなさい。

〔Ⅰ〕 原子核の結合エネルギー B をその核の質量数 A で割った値 $\dfrac{B}{A}$ は，核子１個あたりの結合エネルギーである。自然界に存在する原子核について，質量数による $\dfrac{B}{A}$ の違いをくらべてみると，鉄 ${}^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ のときにその値がもっとも大きく，安定である。したがって，鉄より［ 1 ］い原子核が分裂するときや，鉄より［ 2 ］い原子核が融合したりするときは，全体としてより安定な状態へ移ることになる。

放射性同位体の原子核が放射線を出して別種の原子核になることを放射性崩壊または崩壊という。放射性崩壊のひとつである［ 3 ］崩壊では，核からヘリウム原子核が放出され，質量数が［ 4 ］減少し，原子番号が２減少する。たとえば原子番号 88 のラジウム 226 が崩壊すると原子番号 86 のラドン 222 になる。その変化は，次のような核反応式で表す。

$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + \boxed{\ 5\ }$$

［ 6 ］崩壊では，原子核の内部で中性子が陽子に転換して［ 7 ］が放出される。例えば，原子番号 82 の鉛 210 が崩壊して，原子番号［ 8 ］のビスマス 210 になる。

［ 9 ］崩壊は，［ 3 ］崩壊や［ 6 ］崩壊をした直後の不安定な状態にある原子核が余分なエネルギーを電磁波として放出するものであり，その電磁波の波長はＸ線よりも［ 10 ］い。

〔Ⅱ〕 一定時間に崩壊する放射性同位体の量は，そのときに存在する原子核の量に比例する。そのため，初めの原子核数 N_0 が $\dfrac{1}{2}$ になるまでの時間を T とすると，時間 $2T$ では $\dfrac{1}{4}$ に，時間 $3T$ では $\dfrac{1}{8}$ となっていき，指数関数的に減少する。このときの時間 T を［ 11 ］という。この T を用い，初めの原子核数 N_0 が時間 t だけ経過した後に残っている原子核数 N は次のように表される。

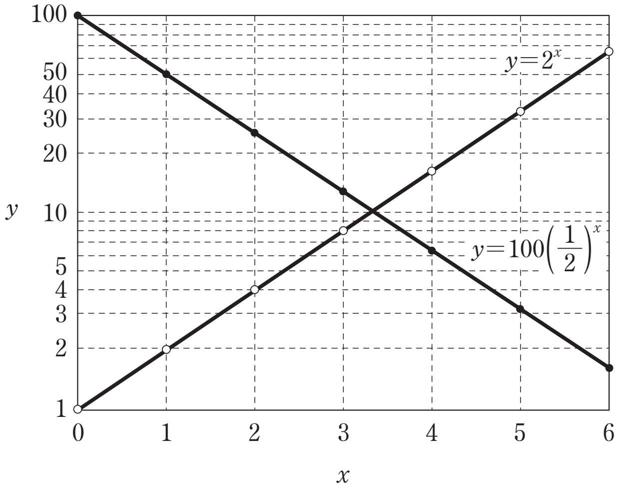
$$N = \boxed{\ 12\ } \qquad (1)$$

いま，T が５年の放射性同位体が 64g あるとする。質量も原子核数と同様に考えられ，式(1)と同様な変化をするので，この放射性同位体が４g になるのは［ 13 ］年後である。解答欄Ａにおいて，縦軸を質量（g），横軸を時間（年）として，この放射性同位体の時間変化を表し，①と記しなさい。ただし，グラフの主要点を●（黒丸）で表しなさい。なお，図に示すように，グラフの横軸は等間隔目盛りであるが，縦軸は対数目盛と呼ばれる目盛りとなっており，例に示すように $y = 2^x$ や $y = 100\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のような指数関数が

＜ Note ＞

直線で表される特徴がある。

別な放射性同位体の質量と時間の関係のデータを表1に示す。その質量変化の様子を解答欄Aに先と同様に書き入れ，②と記しなさい。ただし，表のデータの値は○（白丸）で表しなさい。グラフから，この放射性同位体の T は［14］年であることがわかり，質量が 50 g から 6.0 g に減少するまでの時間は［15］年であることがわかる。

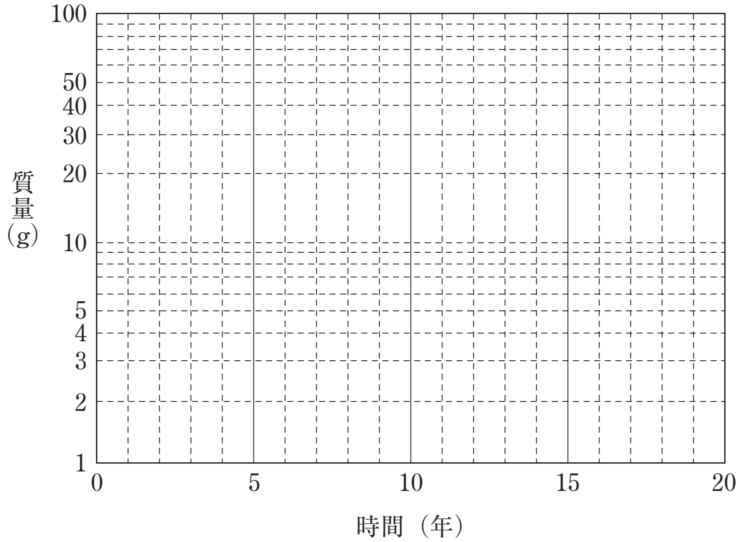


図

表1

時間［年］	質量［g］
0	50
2.9	30
5.3	20
9.3	10
13.3	5.0
18.6	2.0

解答欄A



＜ Note ＞

3

以下の①～⑨の空欄に入る適切な語句，数値，式を答えよ。数値の場合は⑤のみ有効数字２桁とし，他は１桁とせよ。②と⑨は選択肢から１つ選び記号で答えよ。必要に応じて以下を利用せよ。

$_{52}$Te，$_{53}$I，$_{54}$Xe，$_{55}$Cs，$_{56}$Ba，K の原子量 ＝39，アボガドロ数 ＝6.0×10^{23}，
１年 ＝3.2×10^{7} 秒，電気素量 ＝1.6×10^{-19}C

②の選択肢：
(a)　乳房　(b)　甲状腺　(c)　肺　(d)　骨　(e)　腎臓
(f)　骨髄

⑨の選択肢：
(a)　2×10^{-6}　(b)　2×10^{-5}　(c)　2×10^{-4}　(d)　2×10^{-3}　(e)　2×10^{-2}
(f)　2×10^{-1}

放射性同位元素［　①　］は，β^{-} 線を放出し ^{131}Xe に壊変する。［　①　］を体内に取り込むと［　②　］に蓄積しやすいことが知られているが，一方で徐々に体外に排出される。体内に取り込まれた放射性同位元素が体外への排出によって半分になるまでにかかる時間を生物的半減期といい，放射性同位元素の数が壊変によって元の数の半分になるまでにかかる時間を物理的半減期という。この２つの半減期を考慮したものが内部被曝（体内被曝）の際の実質的な半減期で，実効半減期という。物理的半減期を T_1 とし，元の放射性同位元素の数を N_0 とすると，時間 t だけ経過した後に壊変せずに残っている放射性同位元素の数 N は，$N=$［　③　］となる。また，生物的半減期を T_2，実効半減期を T_3 とした場合，T_3 を T_1 と T_2 を使って表すと，$T_3=$［　④　］となり，［　①　］について，T_1 を 8.0 日，T_2 を 80 日とした場合，T_3 は，［　⑤　］日となる。

放射性同位元素による内部被曝の要因として，体内に存在する ^{40}K が挙げられる。体内には重量比で 0.20% の K が含まれ，K 全体に占める ^{40}K の重量比は 0.012% である。体重 50kg の人に含まれる ^{40}K の質量は［　⑥　］kg となる。N 個の放射性同位元素があるとき，その放射能の強さ A は，$A=0.69\dfrac{N}{T_1}$ [Bq] で表され，^{40}K の半減期が 1.3×10^{9} 年であることを利用すると，体重 50kg の人の体内における ^{40}K の放射能の強さは［　⑦　］Bq となる。但し，ここでの T_1 は秒単位の物理的半減期とする。

ある放射性同位元素から発生する γ 線のエネルギーが 2 MeV であり，放射能の強さが一定値 500Bq で，この γ 線のエネルギー全てが人体に均一に吸収されるとき，体重 50kg の人

＜ Note ＞

に対する吸収線量は１時間当たり ⑧ Gy となる。

また，日本における年間自然被曝線量は約 ⑨ Sv である。

＜ Note ＞

第７講　確認テスト

次の 1 ～ 3 にあてはまる最も適切な答えを，それぞれの解答群から一つずつ選びなさい。

(1)　宇宙空間からくる中性子 n が大気中の$^{14}_{7}N$に衝突すると，つぎのような核反応を起こして$^{14}_{6}C$が生成される。

$$^{14}_{7}N + n \longrightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}H$$

この$^{14}_{6}C$はβ崩壊して 1 になる。この$^{14}_{6}C$の生成と崩壊はつりあい，大気中の$^{14}_{6}C$の量は変わらない。このため，大気中でCO_2を形成する$^{14}_{6}C$と$^{12}_{6}C$の数の比は長年一定である。植物が生きている間に，CO_2として体内に取り込むこれら同位体の数の比は，大気中での存在比と同じである。しかし，植物が枯れると植物中の$^{14}_{6}C$はβ崩壊し減少する。この崩壊の半減期をT年として，以下の問いに答えなさい。

(2)　植物が枯れたときの時刻を$t=0$とする。このとき，この植物が体内にもつ$^{14}_{6}C$の個数がN_0個であったとすると，時刻tにおける$^{14}_{6}C$の個数Nはいくらになるか。 2

(3)　ある植物の化石に含まれる$^{12}_{6}C$に対する$^{14}_{6}C$の個数の比が，現在の大気中のそれに比べ$\frac{1}{8}$であった。この化石は今から何年前に枯れた植物であると判定できるか。 3

1 の解答群

①　窒素（質量数 14）　②　窒素（質量数 15）　③　炭素（質量数 12）
④　炭素（質量数 13）　⑤　ホウ素（質量数 13）　⑥　ホウ素（質量数 14）

2 の解答群

①　$N=\dfrac{N_0T}{2t}$　②　$N=N_0(2)^{\frac{t}{2T}}$
③　$N=N_0(2)^{\frac{2t}{T}}$　④　$N=N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

3 の解答群

①　$\dfrac{T}{8}$　②　$\dfrac{T}{4}$　③　$2T$
④　$3T$

＜ Note ＞

第8講　総合演習②

1

以下の［　　］に適当な語句，数式，または数値を入れよ。必要があれば，下の数値を用いよ。

地球上に存在する長い半減期をもつ3つの原子核 $^{232}_{90}\mathrm{Th}$，$^{238}_{92}\mathrm{U}$，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ は，［(1)］原子の原子核を放出する α 崩壊と，β 線とよばれる高速の［(2)］の放出を伴う β 崩壊をくり返して，原子番号が82の安定な鉛の原子核へ変化する。この過程で生成される放射性物質にラドンがある。ラドンには，質量数が異なる $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ と $^{220}_{86}\mathrm{Rn}$ の2つの［(3)］がある。このうち $^{220}_{86}\mathrm{Rn}$ は，3つの原子核 $^{232}_{90}\mathrm{Th}$，$^{238}_{92}\mathrm{U}$，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ のうち［(4)］の崩壊の過程で生成されたものである。

ウランの半減期は，$^{238}_{92}\mathrm{U}$ が 4.5×10^{9} 年であるのに対して，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ は 7.1×10^{8} 年と短い。現在，天然ウランのほとんどは $^{238}_{92}\mathrm{U}$ であり，$^{238}_{92}\mathrm{U}$ と $^{235}_{92}\mathrm{U}$ の存在比は139：1である。地球が誕生した頃の45億年前の存在比は［(5)］：1と推定される。

2つのウランのうちで，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ は速度の遅い中性子（熱中性子）によって核分裂を起こす。原子炉の燃料であるウランには $^{238}_{92}\mathrm{U}$ と $^{235}_{92}\mathrm{U}$ が含まれているが，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ の核分裂に伴って放出される中性子の一部は $^{238}_{92}\mathrm{U}$ に吸収される。$^{238}_{92}\mathrm{U}$ は中性子を［(6)］個吸収し，［(7)］回の β 崩壊を起こすことにより超ウラン元素である $^{239}_{94}\mathrm{Pu}$ に変換される。このプルトニウムは，熱中性子により核分裂を起こすことが知られている。

$^{235}_{92}\mathrm{U}$ は核分裂に伴って核エネルギーを放出する。エネルギー E，質量 m，光の速さ c の間には $E=$［(8)］の関係が成り立つ。1個の $^{235}_{92}\mathrm{U}$ の核分裂で放出されるエネルギーを200MeVとすると，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ の質量（235u）の［(9)］%がエネルギーに変換されることになる。核エネルギーを生み出す原子核の反応には，核分裂反応のほかに，太陽や恒星のエネルギー源である［(10)］反応がある。

$1\,\mathrm{MeV}=1.6\times10^{-13}\,\mathrm{J}$，$c=3.0\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$，$1\,\mathrm{u}=1.7\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$，$2^{6.34}\fallingdotseq 81$

＜ Note ＞

2

下記のウランの核分裂現象の解説を読んで，問いに答えなさい。数値には必要に応じて適切な単位を付した数値を記入しなさい。ただし，計算に必要な物理定数は次の値を用いなさい。

アボガドロ定数：$6.0\times10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$，　ボルツマン定数：$1.4\times10^{-23}\mathrm{J/K}$
プランク定数：$6.6\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$，　真空中の光の速さ：$3.0\times10^{8}\mathrm{m/s}$
中性子の質量：$1.6\times10^{-27}\mathrm{kg}$，　電気素量：$1.6\times10^{-19}\mathrm{C}$

原子番号92の元素ウランに含まれる質量数235の$^{235}_{92}\mathrm{U}$の原子核は，速度の遅い中性子を吸収して，質量数が95付近および140付近の二つの核に分裂し，新たに中性子を２～３個放出する性質がある。この現象を核分裂といい，生じた物質は核分裂生成物と呼ばれ，その多くは放射性である。このウランの核分裂により約200種もの異なる核が生成される。例えば，核分裂生成物のひとつ$^{131}_{53}\mathrm{I}$はベータ崩壊する。

このウラン１個の核分裂で，平均195MeVのエネルギーが放出される。その際，平均2.0 MeVのエネルギーを有する高速の中性子（即発中性子）が平均2.5個放出される。これが周囲の原子核と衝突を繰り返して減速し，周囲の分子の熱運動と平衡に達する。このような中性子を熱中性子という。この速度の遅い熱中性子が，他の$^{235}_{92}\mathrm{U}$の原子核を分裂させる。$^{235}_{92}\mathrm{U}$のかたまりがある臨界量を超えると，この核分裂が連鎖反応的におこり，莫大なエネルギーを発生させる。

(1)　$^{235}_{92}\mathrm{U}$の原子核に含まれる核子の数，陽子の数，中性子の数はいくらか。

(2)　室温（300K）の中性子からなる気体を考える。これを単原子分子からなる理想気体とみなした場合，この中性子の平均運動エネルギーはいくらか。

(3)　１個の$^{235}_{92}\mathrm{U}$の核分裂から195MeVのエネルギーが放出されるとした場合，対応する質量欠損はいくらか。また，毎時0.30gの$^{235}_{92}\mathrm{U}$が核分裂しているならば，放出される仕事率はいくらか。

(4)　今，ある放射性同位元素を考える。はじめの原子核の個数をN_0，半減期をTとすると，時刻tにおける，その未崩壊の原子核の個数Nは，数式で表現するとどうなるか。

(5)　放射能の強さは，放射性物質が１秒間に崩壊する数である。では１ミリ秒間に100回崩壊する放射性物質がある場合，その放射能の強さはいくらか。

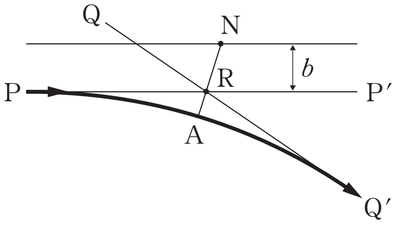
(6)　放射能の強さは，未崩壊の原子核の個数に比例し，その半減期に反比例する。今，ある量の放射能の強さを有するヨウ素$^{131}_{53}\mathrm{I}$がある。その放射能の強さが100分の１に減衰する

＜ Note ＞

のは，およそ何日後か。ただし，$^{131}_{53}\mathrm{I}$の半減期は 8.0 日とし，必要であれば $\log_{10}2=0.301$ を用いよ。

＜ Note ＞

3



次の文を読んで，［　　］には適した式を，［［　　］］には適した数値を有効数字２桁で記せ。

(1)　電荷 Ze [C] の原子核に向かって入射してきた α 粒子（${}^{4}_{2}$He原子核）の散乱を考える。ここで e は電気素量を表す。原子核は十分重くて動かないものとする。原子核と α 粒子の間にはクーロンの斥力が働き，α 粒子の運動の軌跡は双曲線になることが知られている。図においてNは原子核の位置を示す。α 粒子は初め直線PRP′ に沿って入射し，原子核に最も近接する点Aを通り，やがて直線QRQ′ に沿って飛び去る。α 粒子の運動の軌跡の双曲線は直線NAに関して対称である。Nと直線PRP′ の距離 b [m] を衝突径数という。以下で，クーロン力の比例定数を k [N·m^2/C^2] とする。

α 粒子の遠方での速度を v [m/s]，最近接点Aでの速度を u [m/s] とする。NとAとの距離を最近接距離といい a [m] で表し，α 粒子の質量を m [kg] で表す。α 粒子の遠方におけるエネルギーが点Aでのエネルギーに等しいことを表す関係式は［イ］である。α 粒子のNに関する面積速度は，遠方では［ロ］[m^2/s] であり，点Aでは［ハ］[m^2/s] である。惑星の公転運動の場合のように，この場合も面積速度は一定であることが知られているので，両者は等しい。エネルギー保存則と面積速度一定の法則から，最近接距離 a を m, v, b, Z, e, k を用いて表すと $a=$［ニ］となる。

(2)　α 粒子の入射速度 v を一定にした場合，最近接距離 a が最小になるのは衝突径数 b が $b=$［［ホ］］の時である。この a の最小値 a_0 は，m, v, Z, e, k を用いて表すと，$a_0=$［ヘ］…①となる。この a_0 の値は入射速度 v が大きくなると小さくなり，α 粒子と原子核が接するほどに小さくなると，両者の間に核力が働くようになり，原子核反応も起こり出す。いま，α 粒子をベリリウム原子核${}^{9}_{4}$Beに当てる場合を考える。${}^{9}_{4}$Beは α 粒子に比べて十分には重くないが，簡単のため動かないものと仮定する。両者の半径の和を 4.5×10^{-15}m であるとすると，両者が接するようになるのは，①式の関係を用いると，$\dfrac{1}{2}mv^2=$［［ト］］[MeV] 程度に入射エネルギーを大きくしたときである。

ここで，$ke^2=2.3\times10^{-28}$ [J·m] $=1.4\times10^{-15}$ [MeV·m] とせよ。

(3)　入射エネルギーが5MeV程度の α 粒子をベリリウム原子核${}^{9}_{4}$Beに当てたところ，核反応が起こって，電荷が中性の粒子が出てきた。この中性粒子を静止している水素原子核（陽子）と窒素原子核${}^{14}_{7}$Nにそれぞれ当てたところ，これらの原子核がたたき出されて，その運動エネルギーの最大値はそれぞれ，5.6MeVと1.4MeVであった。

この中性粒子の正体が γ 線（高エネルギーの光子）であるとして，電子と光子のコンプトン散乱のようにして原子核がたたき出されたと考えてみよう。たたき出された原子核の質量を M [kg]，その運動エネルギーの最大値を T [J]，原子核と衝突する前と後の γ 線のエネルギーをそれぞれ E [J]，E' [J] とする。M, T, E, E' と光速 c [m/s] を用いると，

＜ Note ＞

たたき出された原子核の運動エネルギーが最大となるのは正面衝突の場合であるので，運動量保存の関係式は［ チ ］であり，エネルギー保存の関係式は［ リ ］である。これから，E は $E=$［ ヌ ］と表される。この公式から，水素原子核のたたき出しの実験結果は，γ 線のエネルギーが［［ ル ］］[MeV] であったことを意味するが，他方，窒素原子核 $^{14}_{7}\mathrm{N}$ のたたき出しの実験結果は，γ 線のエネルギーが［［ ヲ ］］[MeV] であったことを意味するので，これらは互いに矛盾する。この中性の粒子は実は中性子であり，その質量は陽子とほぼ等しい。

ここで，$Mc^2=$(質量数)$\times 1.5\times 10^{-10}$ [J] $=$(質量数)$\times 9.4\times 10^{2}$ [MeV] とせよ。

＜ Note ＞

第８講　確認テスト

次の熱核融合反応について，以下の問に答えなさい。

$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{n}$

問１　この反応の際に起こる質量の変化はいくらか，原子質量単位 u を用いて答えなさい。ただし，$^{2}_{1}\mathrm{H}$，$^{3}_{2}\mathrm{He}$，n の質量はそれぞれ 2.0136u，3.0149u，1.0087u とする。［ 1 ］

問２　上の質量変化により放出されるエネルギーの大きさを求めなさい。ただし，真空中の光の速さを 3.00×10^{8}m/s，原子質量単位 1 u＝1.66×10^{-27}kg とする。［ 2 ］

問３　この反応が起こる確率を高めるためには，２つの重陽子（$^{2}_{1}\mathrm{H}$）を r_0 [m] 程度の距離まで近づける必要がある。この距離における重陽子間の静電気力による位置エネルギーは 5.80×10^{-14}J である。r_0 を求めなさい。ただし，電気素量を 1.60×10^{-19}C，クーロンの法則における比例定数を $9.00\times10^{9}\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$ とする。［ 3 ］

問４　一直線上を接近するように進む２つの重陽子を考える。この重陽子の温度 T [K] における熱運動エネルギーを $\dfrac{3}{2}kT$ とし，距離 r_0 まで近づいたとき，この核融合反応が起こるとする。核融合反応を起こすには気体の温度を何 K 以上にしなければならないか。ただし，k＝1.38×10^{-23}J/K とする。［ 4 ］

［ 1 ］の選択肢

①　0.0036 [u]　②　−0.0036 [u]　③　1.0012 [u]　④　−1.0049 [u]

［ 2 ］の選択肢

①　5.4×10^{-13} [J]　②　-5.4×10^{-13} [J]　③　1.5×10^{-12} [J]
④　-1.5×10^{-12} [J]

［ 3 ］の選択肢

①　1.14×10^{-15} [m]　②　2.89×10^{-15} [m]　③　4.17×10^{-15} [m]
④　3.97×10^{-15} [m]

［ 4 ］の選択肢

①　2.4×10^{9} [K]　②　2.4×10^{8} [K]　③　1.4×10^{9} [K]
④　1.5×10^{8} [K]

＜ Note ＞

第９講　相対論に関わる問題

1

図１のHMはハーフミラーで，光路に対して45°の角度で置かれている。AとBはそれぞれ，光路に対して垂直に置かれた２つの平面鏡の上の点である。HMのO点に，図の左から入射した単色光は透過光と反射光に分かれる。透過光は平面鏡のA点で反射された後，さらにHMのO点で反射されて光検出器Dに到達する。一方，反射光は平面鏡のB点で反射された後，HMのO点を透過して光検出器Dに到達する。

２つの平面鏡のO点からの距離を OA−OB＝d になるように置き，入射光の波長を変化させていくと，光路O→A→O→Dと，光路O→B→O→Dを経た光の干渉によって，Dで検出される光の強度が変化する。以下の問いに答えよ。

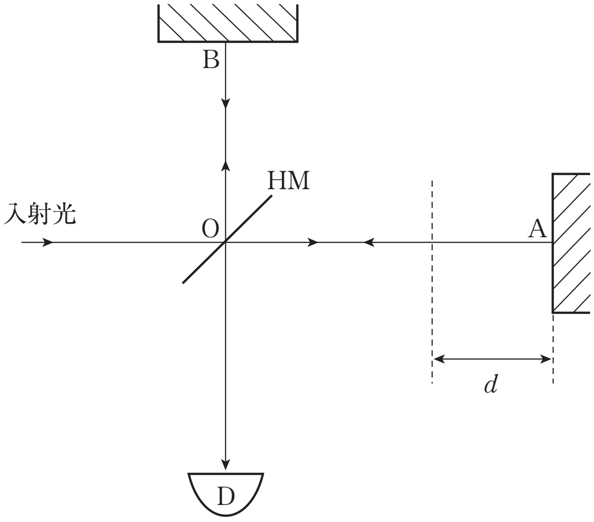


図１

まず，入射単色光の波長を変えていくと，ある波長 λ_1 で検出される光の強度が極大値を示した。

(1)　このときの，d と λ_1 の関係を整数 m を用いて表せ。

λ_1 から波長を長くしていくと，いったん検出光の強度が減少した後，再度増加をはじめ，波長 λ_2 で極大値を示した。

(2)　このときの，d と λ_2 の関係を(1)の整数 m を用いて表せ。

(3)　(1)と(2)の結果を用いて，m と d をそれぞれ λ_1，λ_2 を用いて表せ。

＜ Note ＞

次に，図２に示すようにＡ点を Δd だけＯ点に近づけ，Ｏ点とＡ点との間に厚さ t の透明平行板を挿入した。ただし，透明平行板の屈折率を n とし，$t < d - \Delta d$ とする。

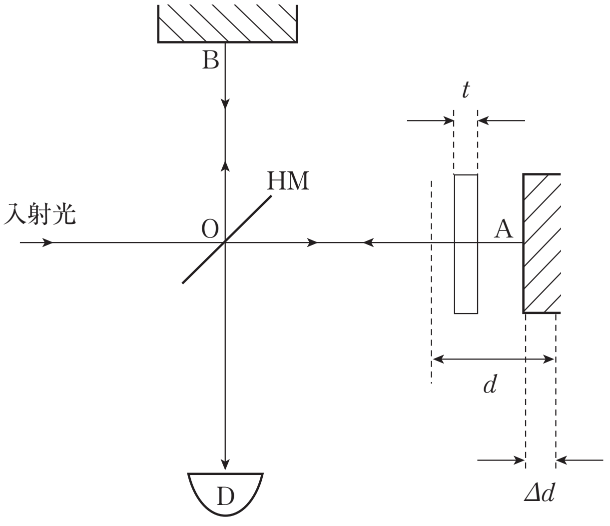


図２

この状態で入射光の波長を変えて検出光の強度を測定したところ，⑴と同じ波長 λ_1 で極大値を示した。

⑷　このときの，d，Δd，t，n，λ_1 の間に成り立つ関係を整数 l を用いて表せ。

λ_1 から波長を長くしていくと，いったん検出光の強度が減少した後，再度増加をはじめ，⑵と同じ波長 λ_2 で極大値を示した。

⑸　整数 l と⑴の整数 m との関係を示せ。

＜ Note ＞

2

波動現象は物理学で重要な役割を果たしている。波動に関する下記の文中の空欄 (ア) から (シ) にあてはまる式または数値を記せ。数値計算の答は有効数字２桁まで求めよ。

(1)　風のないおだやかな日，岸辺に立っているＫ君に向かって，Ｍさんの乗った船がまっすぐ一定の速度 v で近づいてくる。船のスピーカーの出す振動数 f の音がＫ君にどのように聞こえるかを次のように考えよう。ただし，音速を V とする。

船のスピーカーから出る音波の波形は，１秒あたり (ア) 個の山をもっている。ある時刻に発生した山Ｐと，その１秒後に発生した山Ｑに注目する。ＰがＫ君に到達して１秒後には，ＱはＫ君を (イ) 通り過ぎている。よって，Ｑはこれより (ウ) 前にすでにＫ君に届いている。つまり，スピーカーから１秒間に発生する (ア) 個の山は，Ｋ君には (エ) の間に届いたことになる。したがって，Ｋ君に聞こえる音の振動数は $f'=$ (オ) となる。

(2)　今度は，Ｋ君の持っているラジオから出た振動数 f [Hz] の音がＭさんにどう聞こえるかを考える。ある時刻 T にＭさんに到達した山をＲ，その１秒後に到達した山をＳとする。時刻 T にＭさんがいた位置に止まっている観測者がいたとすると，この観測者にＳが到達するのは時刻 T より (カ) 後である。この観測者にはラジオから発生した音がそのままの振動数で聞こえるはずなので，Ｍさんに聞こえる音の振動数は $f''=$ (キ) である。

(3)　小問(1)で考えた，船から出た音をＫ君が聞く場合をＭさんの立場で考えよう。Ｍさんにとっては，Ｋ君が速度 v でまっすぐ近づいてくるようにみえる。これは，(2)で，ＭさんとＫ君の立場をちょうど入れかえたことになっている。(1)の答えを求めるのに，(2)で求めた結果がそのまま使えると一見思える。ところが，f' と f'' は等しくない。これは，Ｍさんが空気に対して動いているため，Ｍさんにとっての見かけの音速 V' が V と異なっていると考えれば理解でき，この２つの間の関係は $V'=$ (ク) となる.

(4)　Ｋ君のラジオと船のスピーカーから振動数 332Hz のテスト信号が鳴ったところ，Ｋ君は 10 秒あたり 80 回のうなりを観測した。音速を 340m/s とすると，船の速度は (ケ) であり，このとき，Ｍさんは 10 秒あたり (コ) 回のうなりを観測する。

(5)　宇宙人の住む天体Ｘが地球に向かってまっすぐ速度 v で接近している。この天体から地球に向けて発射された光が地球上で観測された。天体Ｘでは振動数 f の光を発射したとしよう。光は，光速 c で伝わるので，地球で測定される振動数 f_1 は(1)の f' の式で V を c におきかえたものである。

さて，天体Ｘからこの過程をみるとどうなるだろうか。宇宙人にとっては，逆に地球が速度 v で天体Ｘに近づいてくるように見える。天体Ｘでこの光の速度が c' であったとすると，地球での振動数 f_2 は(3)と同様に考えて(2)の f'' の式で V を c' におきかえたものとなることがわかる。

この２つは同じ現象を違う立場からみたものなので，結果は等しいはずであり，そのためには(3)の結果と同様に c' と c は異なる値でなければならない。ところが，天体Ｘでも光速は地球と同じ値 c であることが判明した。この矛盾を説明できる可能性として次のような仮説をたてる。

＜ Note ＞

地球人からみると，地球上で時間が１秒経過する間に，地球に対して速度 v で運動している天体X上では k 秒が経過する。

すると，地球の１秒間に天体Xから発射される光の波形がもつ山の数は f ではなくその k 倍になるので，f_1 も k 倍しなければならない。

もし，物理法則が地球と天体Xとで異ならないならば，同様に次の仮説が成立するはずである。

宇宙人からみると，天体X上で時間が１秒経過する間に，天体Xに対して速度 v で運動している地球上では k 秒が経過する。

この仮説を用いると，f_2 は [(サ)] 倍されなければならない。このとき，f_1 と f_2 が等しいためには，k＝ [(シ)] であればよい。これは，アインシュタインの特殊相対性理論から導かれる結論そのものである。

< Note >

3

1905年にアインシュタインは，特殊相対性理論，光量子論，ブラウン運動の３つの重要な論文を発表し，現代物理学の扉を開いた。2005年はこの年から100年目を迎えるため，世界物理年としてさまざまな行事が行われた。

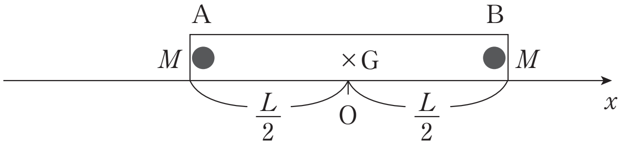


図１

アインシュタインの特殊相対性理論によると，質量はエネルギーの１つの形態であり，質量 m に相当するエネルギーは，$E=mc^2$（c は真空中の光速度）で与えられる。この関係式を導くために次のような考察を行うことがある。

図１のように，摩擦のない水平面におかれた長さ L で質量が無視できる箱の内側に，質量 M の粒子 A と B がそれぞれ固定されている。２個の粒子を含めた箱全体の質量は $2M$ であり，水平面にそった座標系の原点を箱の中央 G に合わせれば，箱の重心の x 座標は $x=0$ となる。

粒子 A がエネルギー E の光子を１個放出し，この光子が運動量 p をもって x 軸の正の向きに進んだ。このとき粒子 A の質量の一部がエネルギーに転換したため，粒子 A の質量は $M-m$ になったとする。光子を除いた箱全体の質量は $2M-m$ となり，運動量保存則によって箱全体は x 軸の負の向きに一定の速度 v で運動する（図２）。

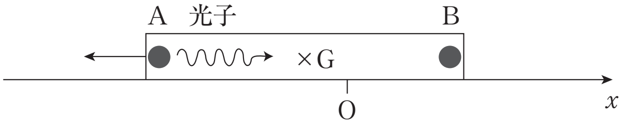


図２

その後光子は粒子 B に衝突して完全に吸収され，光子のエネルギーがふたたび質量 m に転換する。このとき箱は静止したが，はじめの位置から x 軸の負の向きに d だけ移動していた（図３）。また，粒子 A の質量は $M-m$，粒子 B の質量は $M+m$ となった。

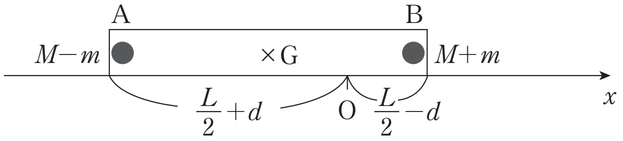


図３

＜ Note ＞

⑴　光子のもつ運動量 p を光子のエネルギー E と光の速さ c で表せ。

⑵　光子が放出される際の運動量保存則から，箱の速度 v を p，M，m で表せ。

⑶　光子が粒子Ｂに衝突して吸収される際に箱が静止する理由を簡単に述べよ。

⑷　光子が放出されてから吸収されるまでの時間を t とする。この間に速度 v の箱が d だけ移動するので，$t=\dfrac{d}{v}$ となる。この間の光子の運動を考えて，d を L，v，c で表せ。

⑸　箱の内部では光子のやりとりの際に力がはたらくが，箱全体は外部から力を受けない。そこで，光子の放出前と吸収後では，箱全体の重心の座標が変化しないと考えられる。光子を吸収した後の箱全体の重心の x 座標が光子を放出する前の重心の x 座標（$x=0$）に等しいことから，d を L，M，m で表せ。

こうして，⑷と⑸から得られた２つの d の式を等しいとおいて，⑵の v の表式と⑴の式を代入すると，光子のエネルギーと光子の運んだ質量の間の関係式，$E=mc^2$ が得られる。

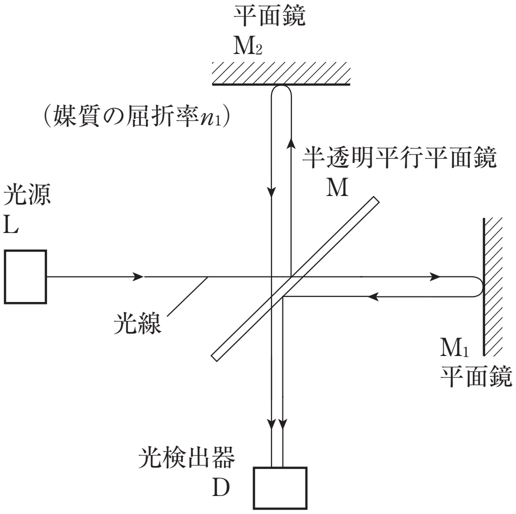
次に，質量から取り出されるエネルギーの大きさを以下で確かめてみよう。

⑹　核分裂反応を利用して，^{235}Uの質量の 0.03% がエネルギーに変換されたとする。100kg の^{235}Uから発生したエネルギーを１年間で使用するとき，これは，何Ｗの仕事率に相当するかを求めよ。光の速さは 3×10^8m/s とし，有効数字は１桁でよい。

＜ Note ＞

第９講　確認テスト

図において，Ｌは波長が真空中で λ_0［m］の光源，Ｍは光線の一部を通し一部を反射する半透明平行平面鏡，M_1 および M_2 は，それぞれ，Ｍを通過した光線およびＭで反射された光線に垂直に置かれた平面鏡である。Ｄは光検出器であり，Ｄには２つの光線，すなわちＭを通り M_1 で反射されさらにＭで反射された光線と，Ｍで反射されたあと M_2 で再び反射されてからＭを通過してきた光線が入る。Ｄに入るこの２つの光線は干渉により強めあったり弱めあったりする。いま，装置全体が屈折率 n_1 の媒質の中に置かれており，２つの光線の間には光路差がなく強めあっているものとし，半透明平行平面鏡Ｍの厚さは無視できるものとして，次の［　　］にあてはまる答え，または最も近い答えを解答群より選べ。



(1)　屈折率 n_1 の媒質においては，光の速さは真空中の光の速さの［ 1 ］倍であり，その振動数は真空中の振動数の［ 2 ］倍であるから，波長が真空中で λ_0［m］の光源の波長は［ 3 ］$\times\lambda_0$［m］である。

［ 1 ］の解答群

①　$\dfrac{1}{n_1}$　　②　$\dfrac{1}{2n_1}$　　③　$\dfrac{n_1}{2}$　　④　n_1

［ 2 ］の解答群

①　$\dfrac{1}{n_1}$　　②　$\dfrac{1}{2n_1}$　　③　n_1　　④　1

[3]の解答群

①　$\dfrac{1}{n_1}$　　②　$\dfrac{1}{2n_1}$　　③　$\dfrac{n_1}{2}$　　④　n_1

(2)　図の状態でMとM_1の間に屈折率n_2（$>n_1$）で厚さt [m] の平行平面膜を光線に垂直に置いたとき，２つの光線の間の光路差は[4]$\times t$ [m] となる。

[4]の解答群

①　$\dfrac{n_1}{n_2}$　　②　$\dfrac{n_2}{n_1}$　　③　$2\left(\dfrac{n_2}{n_1}-1\right)$　　④　$2(n_2-n_1)$

(3)　また，図の状態からM_1をd [m] だけゆっくりとMの方向に平行移動したとき，２つの光線の間の光路差は[5] [m] となる。このとき，２つの光線は検出器でm回目の強めあう状態になった。mの値はd，n_1とλ_0で表すと[6]である。

[5]の解答群

①　n_1d　　②　$2n_1d$　　③　$\dfrac{d}{n_1}$　　④　$\dfrac{2d}{n_1}$

[6]の解答群

①　$\dfrac{n_1d}{2\lambda_0}$　　②　$\dfrac{n_1d}{\lambda_0}$　　③　$\dfrac{2n_1d}{\lambda_0}$　　④　$\dfrac{d}{n_1\lambda_0}$

(4)　設問(3)において，媒質を屈折率1.0の空気とし，真空中の波長がλ_{01}とλ_{02}の２種類の光源（ただし，λ_{02}は未知）について，M_1の移動距離を同じにして強めあう回数m_1，m_2を測定した。λ_{01}が6.3×10^{-7}mのときm_1は3.2×10^3回であり，λ_{02}の場合，m_2は4.0×10^3回であった。この結果から，波長が未知である光源の真空中の波長λ_{02}は[7]$\times10^{-7}$mである。

[7]の解答群

①　1.6　　②　3.4　　③　5.0　　④　5.7

第 10 講　宇宙と素粒子

1

陽電子（e^+）は，電子（e^-）と同じ質量 m，反対符号の正電荷をもつ粒子であり，電子の反粒子とよばれる。このような陽電子と電子が出会い，両者とも消滅し，ガンマ線が放出される対消滅過程を考える。この過程では，陽電子と電子の全てのエネルギーがガンマ線のエネルギーとなる。

アインシュタインの相対性理論によれば，粒子の質量が m であることは，粒子がその質量に対応するエネルギー mc^2 をもつことに相当する。これは静止物体のもつエネルギーという意味で静止エネルギーとよばれる。ここで c は真空中の光の速さである。運動している陽電子，電子それぞれの全エネルギーは，それらの速度に応じて静止エネルギーより大きくなる。しかし，以下の対消滅過程では陽電子，電子の速度は十分小さいので，それらの全エネルギーは静止エネルギーに等しいとしてよい。

ガンマ線のエネルギーと運動量の大きさは，振動数を ν として，それぞれ $h\nu$，$\dfrac{h\nu}{c}$ で与えられる。ここで h はプランク定数である。

対消滅の結果，２本のガンマ線が同時に放出される過程を考える。この過程はすべて xy 平面内（図１，図２）で起こるとする。またここでは一方のガンマ線は x 軸正方向に放出されるとする。対消滅過程でもエネルギーおよび運動量の保存則が成立することを用いて，以下の問いに答えよ。

図１(a)のように，原点 O に静止している陽電子と電子が対消滅し，２本のガンマ線

　Ⅰ：運動量の大きさ p_1，振動数 ν_1，

　Ⅱ：運動量の大きさ p_2，振動数 ν_2，

が図１(b)に示すように正反対方向に同時に放出された。

(1)　２本のガンマ線は，なぜ正反対方向に放出されたか，その理由を 120 字程度で述べよ。

(2)　p_1，ν_1 それぞれを c，h，m を用いて表せ。

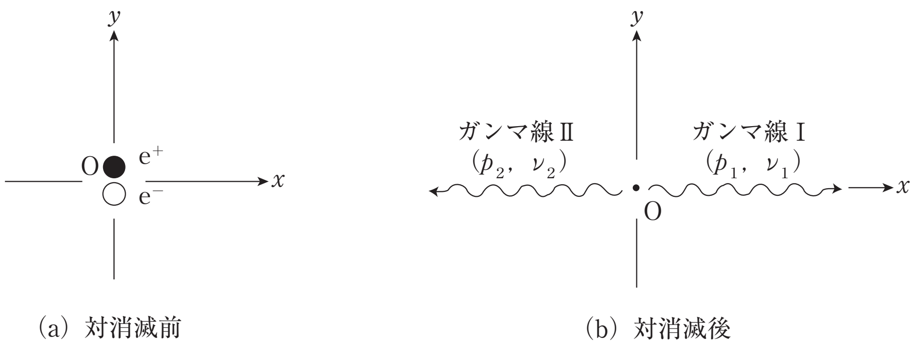


図１

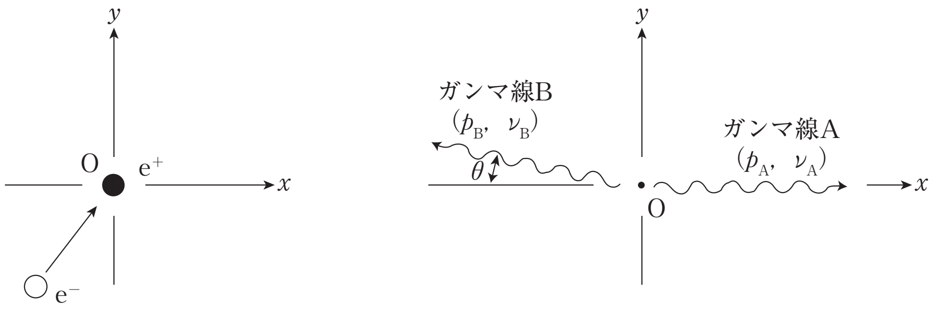
＜ Note ＞

次に図2(a)のように，運動している電子が原点に静止している陽電子と出会い，対消滅し，2本のガンマ線が同時に放出された場合を考える。ここで電子の運動量を $\vec{P}$（x 成分 P_x，y 成分 P_y）とおく。ただし図2(b)に示すように，ガンマ線A（運動量の大きさ p_A，振動数 ν_A）は図1(b)の場合のガンマ線Iと同様に x 軸正方向で観測されたが，ガンマ線B（運動量の大きさ p_B，振動数 ν_B）は x 軸負方向から微小な角度 θ だけずれた方向で観測された。

(3)　P_x，P_y それぞれを p_A，p_B，θ を用いて表せ。

(4)　p_A，p_B それぞれを P_x，m，c を用いて表せ。ここで角度 θ は十分小さく，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$ と見なしてよい。

(5)　x 軸正方向に放出されたガンマ線の振動数を測定することにより，電子の運動量の x 成分 P_x を知ることができる。P_x を $\nu_A - \nu_1$ を含む式で表せ。



(a) 対消滅前　　(b) 対消滅後

図2

＜ Note ＞

2

岐阜県北部の神岡地区には，小柴博士のノーベル物理学賞受賞で有名になったニュートリノ観測装置「スーパー・カミオカンデ」がある。これは，太陽中心部の原子核反応や超新星爆発によって発生する「ニュートリノ」と呼ばれる粒子を検出する装置である。以下の文は，このニュートリノが発見されたいきさつに触れたものである。

問１　以下の文中の［　　］にあてはまる文字式を答えよ。

ある種の原子核は不安定で，β 線と呼ばれる放射線（その正体は電子の流れ）を放出して，原子番号が１つ大きい原子核に変わる β 崩壊を起こす。たとえば，陽子１個と中性子２個とからなるトリチウム（三重水素）の原子核 ${}^3_1\mathrm{H}$ は，次の反応式に従って崩壊する。

$${}^3_1\mathrm{H} \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \mathrm{e}^- + \nu \qquad \text{(A)}$$

ここで，e^- は電子，ν がニュートリノ（厳密には反ニュートリノ）と呼ばれる粒子である。しかし，ニュートリノは1930年頃にはその存在さえ知られていなくて，この β 崩壊の反応式は

$${}^3_1\mathrm{H} \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \mathrm{e}^- \qquad \text{(B)}$$

であると考えられていた。

式(B)が正しいとして，静止したトリチウム原子核から放出される電子の運動エネルギー T_e を求めてみよう。粒子の質量と運動量の大きさを，${}^3_2\mathrm{He}$ 原子核は m_A，p_A，電子 e^- は m_e，p_e とすると，運動量保存の法則により ${}^3_2\mathrm{He}$ 原子核と電子は互いに逆方向に放出されるはずだから，

$$\boxed{\text{ア}} \qquad (1)$$

が成りたつ。崩壊するとき解放されるエネルギー Q はすべて運動エネルギーに変わるので，エネルギー保存の法則から

$$\frac{p_\mathrm{A}{}^2}{2m_\mathrm{A}} + \boxed{\text{イ}} = Q \qquad (2)$$

が成りたつ。式(1)と(2)を用いて，放出される電子 e^- の運動エネルギー T_e を m_A，m_e および Q だけで表すと

$$T_\mathrm{e} = \boxed{\text{ウ}} \qquad (3)$$

となる。Q の値は一定なので，電子の運動エネルギー T_e も一定ということになる。ところが，実際に β 崩壊で放出される電子の運動エネルギーを測定してみると，一定でないばかりか，${}^3_2\mathrm{He}$ 原子核の運動エネルギーを加えた全エネルギーも一定にならないことが判明した。一見，エネルギー保存の法則が破られているかのように思われたのである。

1931年，オーストリアの物理学者W．パウリは，極微の世界でもエネルギーと運動量の保存法則は厳密に成立しているものと考え，β 崩壊には，のちにニュートリノと命名された第３の粒子が関与しており，トリチウム原子核は式(A)に従って崩壊するという仮説を提案した。この考えに従うと，放出される３つの粒子の運動方向は一平面内にあり，そのなす角を図のようにする。

＜ Note ＞

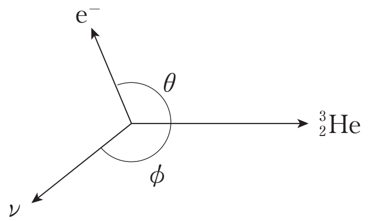


図　β崩壊の放出角

ニュートリノの質量を m_ν，運動量の大きさを p_ν とすると，運動量保存の法則により次の２つの関係式が導かれる。

［　エ　］，［　オ　］　　(4)

また，エネルギー保存の法則から，式(2)に代わる次の関係が成りたつ。

［　カ　］$=Q$　　(5)

一般的な取扱いはめんどうなので，以下では $p_\nu=p_A$ の場合を扱う。そのとき，式(4)から，放出される電子と ^3_2He 原子核との運動量の比 $f=\dfrac{p_e}{p_A}$ を，ニュートリノの放出角 ϕ で表すことができ，

$f=$［　キ　］　　(6)

となる。そこで，式(3)と同様の考えで，電子の運動エネルギーを求めると，

$$T_e=\frac{m_A m_\nu f^2}{(m_A+m_\nu)m_e+m_A m_\nu f^2}Q \qquad (7)$$

となり，T_e は式(3)と違って定数ではなく，ニュートリノの放出角 ϕ の値によって変化することになる。

このように，ニュートリノの存在を仮定すると，放出される電子の運動エネルギーは一定ではなく，実験事実と矛盾しないことがわかる。しかしニュートリノは電荷を持っておらず，その検出は非常に困難であったため，1959年になってようやくアメリカのF．ライネスらによって発見され，パウリの考えの正しいことが立証されたのである。

問２　β崩壊の反応式(A)を用いて，解放されるエネルギー Q [eV] を有効数字２桁で求めよ。ただし，^3_1H と ^3_2He 原子核の質量は，それぞれ 3.015500u と 3.014932u，電子の質量は 0.000549u とし，ニュートリノ ν の質量は無視するものとする。ここでuは原子質量単位で，$1\,u=1.7\times10^{-27}$kg，電気素量は 1.6×10^{-19}C，真空中の光の速さは 3.0×10^8m/s とする。

＜ Note ＞

3

太陽とほぼ同じ質量をもちながら半径は10kmほどしかない高密度の星（中性子星）には，普通の恒星（伴星とよぶ）と万有引力で引きあいながらきわめて近い距離で周回運動するものがある。伴星からこの中性子星に降り積もった水素やヘリウムが核融合反応を起こして爆発することがある。この現象を考察する。

(1) 伴星から流れ出した物質が中性子星に落下する。水素原子が無限遠から中性子星に落下すると考えて，表面に達したときの運動エネルギーを求めよ。ただし，水素原子は無限遠では静止していたとする。また，中性子星の半径を R，中性子星の質量を M，水素原子の質量を m_H，万有引力定数を G とする。

(2) 中性子星の表面にたまった水素はX線を放射して運動エネルギーを失う。その水素が核融合反応を起こして爆発した。燃料の水素原子1個あたりどれだけのエネルギーが発生するか。実際の反応は複雑だが，ここではたまった水素の原子核（$^1_1$H）はすべて

$$56\,^1_1\mathrm{H} \longrightarrow \,^{56}_{26}\mathrm{Fe} + 30\,^0_1\mathrm{e}^+ \text{（陽電子）}$$

という核反応で鉄の原子核に変わり，生成される陽電子はすべて電子と衝突してエネルギーに変わるものとする。水素原子の質量を m_H，鉄原子の質量を m_{Fe}，光の速さを c とする。

(3) 上の設問(2)において，生成された鉄は単原子の気体になり，爆発で発生したエネルギーは熱となって，生成されたすべての鉄原子に等しく分配されると仮定する。この鉄原子が到達できる中性子星表面からの高さの上限を求めよ。

(4) 核融合によって水素が鉄になって発生したエネルギーは鉄原子の熱運動から電磁波の放射に変換され，爆発的なX線放射（X線バースト）として地球周辺の人工衛星から観測される。また，設問(1)で求めた伴星から水素が降り積もることによって発生するエネルギーは定常的なX線放射として観測される（図1参照）。核融合爆発によって放射されたエネルギー E_1 と前の爆発からこの爆発までの間に定常的に放射されたエネルギー E_2 との比 $\dfrac{E_1}{E_2}$ を有効数字1桁で求めよ。ただし，中性子星の質量 M を 3.0×10^{30}kg，中性子星の半径 R を 1.0×10^4m とする。必要に応じて原子核の結合エネルギーのグラフ

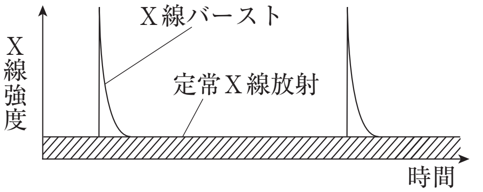


図1　核融合爆発を起こしている中性子星からのX線放射の時間的変化

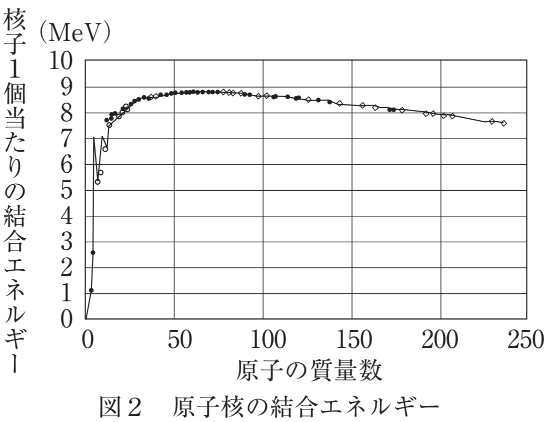


図2　原子核の結合エネルギー

＜ Note ＞

（図２）および以下の物理定数値を用いよ。

電気素量	$e=1.6\times10^{-19}\mathrm{C}$
万有引力定数	$G=6.7\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$
光の速さ	$c=3.0\times10^{8}\mathrm{m/s}$
水素原子の質量	$m_{\mathrm{H}}=1.7\times10^{-27}\mathrm{kg}$
電子の質量	$m_{\mathrm{e}}=9.1\times10^{-31}\mathrm{kg}$
中性子と陽子の質量の差	$m_{\mathrm{n}}-m_{\mathrm{p}}=2.3\times10^{-30}\mathrm{kg}$

(5)　太陽とほぼ同じ質量をもちながら地球とほぼ同じ半径をもつ高密度の恒星(白色わい星)の表面でも，伴星から降り積もった水素ガスが突然に核融合反応を起こして，大爆発が起きることがある。このとき，遠方に向かって物質が放出されることが観測されている。しかし，中性子星上の爆発では物質の放出現象はほとんど観測されない。この違いが生じる理由を簡潔に説明せよ。

＜ Note ＞

第 10 講　確認テスト

中性子の発見に関する，次の文中の$\boxed{\qquad}$内に入れるのに適当なものを解答群の中からひとつ選べ。

1930 年，α 粒子（${}^{4}_{2}\mathrm{He}$）をベリリウムの原子核（${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$）に当てると，未知の放射線が発生する原子核反応が見いだされた。この放射線を水素を含む物質に当てると水素の原子核（${}^{1}_{1}\mathrm{H}$）が飛び出し，窒素ガスに当てると窒素の原子核（${}^{14}_{7}\mathrm{N}$）が飛び出してくることがわかった。${}^{1}_{1}\mathrm{H}$の速さの観測値は最大 3.3×10^{7}m/s であり，${}^{14}_{7}\mathrm{N}$の速さの観測値は最大 4.4×10^{6}m/s であった。

この放射線は電場や磁場によって曲がらず，電気的に中性であることがわかった。そのため，この放射線は初めは γ 線（光子）と考えられた。この原子核反応で，γ 線とただ１つの原子核が生じているとすれば，その原子核反応は

$$ {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{9}_{4}\mathrm{Be} \longrightarrow \boxed{\ 1\ } + \gamma\text{線} $$

と書くことができる。振動数 ν の γ 線が静止している${}^{1}_{1}\mathrm{H}$に最大の速さを与えるのは，γ 線が${}^{1}_{1}\mathrm{H}$の正面から弾性衝突をするときである。この衝突によって γ 線の進行方向は 180° 変わり，振動数は ν' に変わる。プランク定数を h，真空中の光速を c，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$の質量を m_{P}，入射する γ 線の進行方向を正にとって衝突後の${}^{1}_{1}\mathrm{H}$の速度を u_{P} とすると，衝突の前後での運動量の保存より，$\dfrac{h\nu}{c}=\boxed{\ 2\ }$となる。また，エネルギー保存の法則より，$h\nu=\boxed{\ 3\ }$である。この２式より，$\nu'$ を消去し，γ 線のはじめのエネルギー $h\nu$ を m_{P}，u_{P}，c を用いて表すと，$h\nu=\boxed{\ 4\ }$ となる。こうして求めた γ 線のエネルギーは，それまでに知られていた γ 線のエネルギーよりはるかに大きくなった。また，${}^{14}_{7}\mathrm{N}$に衝突した場合に求めたものと一致しないこともわかった。

1932 年にチャドウィックは，この放射線を未知の粒子と考えた。この粒子が静止している原子核に正面から弾性衝突をするとき，衝突後の原子核の速さは最大になる。放射線粒子（質量 m）が速さ V で質量 m_{P} の${}^{1}_{1}\mathrm{H}$に正面から当たるとき，放射線粒子の初めの速度の向きを正にとり，衝突後の放射線粒子の速度を u，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$の速度を u_{P} とすると，運動量保存の法則より，$mV=\boxed{\ 5\ }$ となる。また，弾性衝突であるので，$\dfrac{\boxed{\ 6\ }}{V}=1$ である。m と m_{P} の比$\dfrac{m}{m_{\mathrm{P}}}$を x とおき，V を x と u_{P} で表すと $V=\boxed{\ 7\ }$ となる。同様にして，放射線粒子が同じ速さ V で${}^{14}_{7}\mathrm{N}$に当たるとき，${}^{14}_{7}\mathrm{N}$の質量を${}^{1}_{1}\mathrm{H}$の質量の 14 倍として，同じような式を求めることができる。衝突後の${}^{14}_{7}\mathrm{N}$の速度を u_{N} とし，V を x と u_{N} で表すと，$V=\boxed{\ 8\ }$ となる。これより，x を u_{P} と u_{N} を使って表すと，$x=\boxed{\ 9\ }$ となる。この u_{P} に 3.3×10^{7}m/s，u_{N} に 4.4×10^{6}m/s を代入すると，$x=\boxed{\ 10\ }$ となり，未知の放射線粒子の質量がわかった。この放射線粒子は中性子（${}^{1}_{0}\mathrm{n}$）と呼ばれている。この場合の${}^{4}_{2}\mathrm{H}$と${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$との原子核反応を式で

表すと

$$^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{9}_{4}\mathrm{Be} \longrightarrow ^{1}_{0}\mathrm{n} + \boxed{11}$$

$\boxed{1}$の解答群

① $^{12}_{5}\mathrm{B}$　② $^{13}_{6}\mathrm{C}$　③ $^{13}_{5}\mathrm{B}$　④ $^{12}_{6}\mathrm{C}$

$\boxed{2}$の解答群

① $m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}-\dfrac{hc}{\nu}$　② $m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}+\dfrac{h\nu}{c}$　③ $m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}-\dfrac{h\nu'}{c}$　④ $m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}-\dfrac{h\nu}{c}$

$\boxed{3}$の解答群

① $h\nu+m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}$　② $h\nu'+m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}$　③ $h\nu+\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2$　④ $h\nu'+\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2$

$\boxed{4}$の解答群

① $\dfrac{1}{4}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2+\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}cu_\mathrm{P}$　② $\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2+\dfrac{1}{4}m_\mathrm{P}cu_\mathrm{P}$　③ $\dfrac{1}{4}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2+\dfrac{1}{4}m_\mathrm{P}cu_\mathrm{P}$

④ $\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2+\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}cu_\mathrm{P}$

$\boxed{5}$の解答群

① $mu+m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}$　② $mu-m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}$　③ $\dfrac{1}{2}mu^2+\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2$

④ $\dfrac{1}{2}mu^2-\dfrac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2$

$\boxed{6}$の解答群

① $m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}-mu_\mathrm{P}$　② $m_\mathrm{P}u-m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}$　③ $u_\mathrm{P}-u$　④ $u-u_\mathrm{P}$

$\boxed{7}$の解答群

① $\dfrac{x+1}{x}u_\mathrm{P}$　② $\dfrac{x+1}{2x}u_\mathrm{P}$　③ $\dfrac{x+2}{x}u_\mathrm{P}$　④ $\dfrac{2x+1}{x}u_\mathrm{P}$

$\boxed{8}$の解答群

① $\dfrac{x+14}{x}u_\mathrm{N}$　② $\dfrac{x+14}{2x}u_\mathrm{N}$　③ $\dfrac{x+2}{14x}u_\mathrm{N}$　④ $\dfrac{2x+1}{x}u_\mathrm{N}$

9 の解答群

① $\dfrac{u_N - u_P}{u_P + u_N}$　② $\dfrac{14u_N - u_P}{u_P + u_N}$　③ $\dfrac{14u_N - u_P}{u_P - u_N}$　④ $\dfrac{u_N - u_P}{u_P - 14u_N}$

10 の解答群

① 1.0　② 2.0　③ 4.0　④ 8.0

11 の解答群

① ${}^{12}_{5}\mathrm{B}$　② ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$　③ ${}^{13}_{5}\mathrm{B}$　④ ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$

＜ Note ＞

テキスト解答

第１講　解答

1

（i）

① 光電効果　② 光電子　③ 仕事関数　④ $h\nu$

⑤ $h\nu - W$　⑥ $\sqrt{\dfrac{2(h\nu - W)}{m}}$

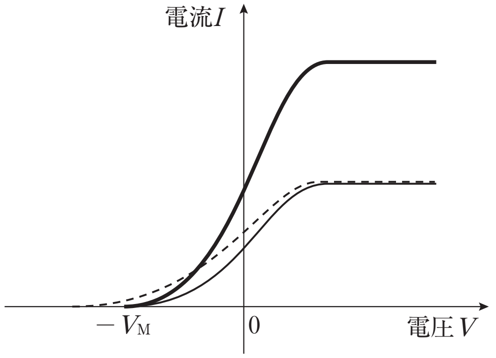
（ii）

⑦ 6.6×10^{-19}　⑧ 1.8×10^{-19}　⑨ 4.8×10^{-19}

2

問１　(a) 光電効果　(b) 光電子　(c) 増加　(d) en

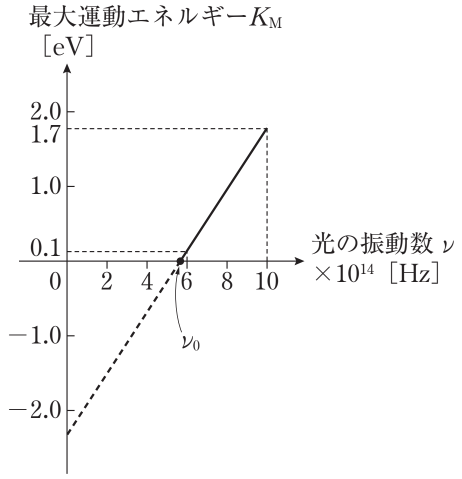
問２　次図の太線　問３　次図の点線



問４　(e) eV_M　(f) $\sqrt{\dfrac{2eV_M}{m}}$

問５　(g) 0.7　(h) 2.3　(i) 限界振動数　(j) $h\nu_0$

グラフ…次図



第２講　解答

1

(1) $\dfrac{hc}{\lambda}$

(2) $\dfrac{h}{\lambda}$

(3) $\dfrac{h}{\lambda}=\dfrac{h}{\lambda'}\cos\phi+mv\cos\theta$

(4) $0=\dfrac{h}{\lambda'}\sin\phi-mv\sin\theta$

(5) $\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{hc}{\lambda'}+\dfrac{1}{2}mv^2$

(6) $\dfrac{h^2}{2m}\left(\dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{1}{\lambda'^2}-\dfrac{2\cos\phi}{\lambda\lambda'}\right)$

(7) $\dfrac{h}{2mc}\left(\dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{1}{\lambda'^2}-\dfrac{2\cos\phi}{\lambda\lambda'}\right)$

(8) $\dfrac{h}{mc}(1-\cos\phi)$

(9) 4.8×10^{-12}

2

(ア) $h\nu$　(イ) $\dfrac{c_x}{2l}$　(ウ) $-2p_x$　(エ) $\dfrac{p_xc_x}{l}$　(オ) $\dfrac{N\overline{p_xc_x}}{l^3}$　(カ) $\dfrac{1}{3}$

(キ) $\dfrac{1}{3}pc$　(ク) $\dfrac{l^3}{h\nu}$　(ケ) $\dfrac{pcu}{3h\nu}$　(コ) $\dfrac{h\nu}{c}$

3

(ア) $\dfrac{h}{mv}$　(イ) $\dfrac{h}{\sqrt{2meV}}$　(ウ) 38　(エ) 2.0×10^3

第３講　解答

1

(1)　$m\dfrac{v^2}{r}=k\cdot\dfrac{Ze^2}{r^2}$

(2)　$\dfrac{h}{mv}\times n=2\pi r$　　$(n=1,\ 2,\ \cdots)$

(3)　$r_n=\dfrac{h^2}{4\pi^2mkZe^2}\cdot n^2$

(4)　$E_n=-\dfrac{2\pi^2m(kZe^2)^2}{h^2}\cdot\dfrac{1}{n^2}$

(5)　$\dfrac{2\pi^2m(ke^2)^2}{h^2}$

(6)　$\dfrac{3\pi^2m(ke^2)^2}{2h^2}$

(7)　$\dfrac{1}{2}$倍

(8)　ヘリウムの $n=4$ から $n=2$ の遷移と，水素の $n=2$ から $n=1$ の遷移

2

問１　(1)　C^{5+}　(2)　$\dfrac{nh}{m_{\mathrm{e}}v}$　(3)　Ze^2　(4)　$\dfrac{\varepsilon_0h^2n^2}{\pi Ze^2m_{\mathrm{e}}}$

(5)　$-\dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0r}$　(6)　$\dfrac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0r}$　(7)　$-\dfrac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0r}$　(8)　$-\dfrac{Z^2e^4m_{\mathrm{e}}}{8\varepsilon_0{}^2h^2n^2}$

(9)　Z^2　(10)　$\dfrac{Z^2e^4m_{\mathrm{e}}}{8\varepsilon_0{}^2h^3c}\left(\dfrac{1}{m^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)$

問２　原子から放出される光は，ある第 n 励起状態からよりエネルギーの低いある第 m 励起状態または基底状態へ遷移するときに生じるグループの系列に分類されるが，問１(10)の結果より，ある固定された m に対して n の値が大きくなると，波長の変化が小さくなって，スペクトル線が集中することになる。

問３　リチウム（Li^{2+}）

問４　量子数 $n=5$ から $m=2$ への遷移

問５　30.6eV

第４講　解答

1

(1)　(ア)　③　(イ)　⑦

(ウ)　⑤　(エ)　⑨

(オ)　⑪　(カ)　⑭

(キ)　⑬

(2)　$\lambda_0=\dfrac{hc}{eV}$

(3)　$\lambda_e=\dfrac{h}{\sqrt{2meV}}$

(4)　固有Ｘ線は，金属ターゲットの金属原子のエネルギー準位により生じるため，入射電子のエネルギーには依存しない。

2

(ア)　eV　(イ)　$h\nu$　(ウ)　$\lambda\nu$　(エ)　$\dfrac{hc}{eV}$

(オ)　$\dfrac{hc}{\lambda_1}$　(カ)　$2d\sin\theta$　(キ)　$\dfrac{4\pi d\sin\theta}{\lambda_1}$　(ク)　2π

(ケ)　$2d\sin\theta=\lambda_1$

(コ)　1.54×10^{-10}　または　$1.54\times10^{-10}\cdot n$　（n は自然数）

3

(イ)　$\sin\theta_2$　(ロ)　p_1　(ハ)　$\dfrac{{p_2}^2}{2m}$

(ニ)　$2meV$　(ホ)　$2me(V+V_0)$　(ヘ)　$\dfrac{V+V_0}{V}$

(ト)　$2d\cos\theta_2$　(チ)　$\left(\dfrac{n\lambda_1}{2d}\right)^2$　(リ)　1.9×10^{-4}

第５講　解答

1

(ア) $m\dfrac{v^2}{r}=k_0\dfrac{e^2}{r^2}$　(イ) $\dfrac{h^2n^2}{4\pi^2k_0e^2m}$　(ウ) $-\dfrac{2\pi^2k_0{}^2e^4m}{h^2n^2}$

(エ) $\dfrac{hc}{E_l-E_n}$　(オ) $\dfrac{2\pi^2k_0{}^2e^4m}{ch^3}$　(カ) 2

(キ) 4　(ク) $h\nu-W$　(ケ) $\dfrac{c}{\lambda}$

(コ) 5.4　(サ) a　(シ) 1.1

2

(ア) $\dfrac{3}{2}kT$　(イ) hf_1　(ウ) $hf_0\dfrac{c+v_0}{c}$　(エ) $\dfrac{hf_0v_0}{c}=\dfrac{1}{2}mv_0{}^2-\dfrac{1}{2}mv_1{}^2$

(オ) $T-\dfrac{2hf_0v_0}{3kc}$

3

(1) $E=h\nu$　$p=\dfrac{h\nu}{c}$　$N=\dfrac{S}{h\nu}$

(2) $1\cdot\sin\dfrac{A+\Delta}{2}=n\cdot\sin\dfrac{A}{2}$　$\Delta=(n-1)A$

(3) $\Delta=\dfrac{n-1}{n}\cdot\dfrac{2y}{R}$

(4) x 成分：0　y 成分：$-\dfrac{2S(n-1)}{nc}\cdot\dfrac{y}{R}$

(5) $\dfrac{1}{\pi}\sqrt{\dfrac{(n-1)S}{2mncR}}$

第6講　解答

1

(1)　陽子：92 個，中性子：143 個

(2)　(i)　3.2×10^{-27}kg

(ii)　2.9×10^{-10}J

(iii)　1.2×10^{-12}J

(3)　(イ)　60　(ロ)　強　(ハ)　にく　(ニ)　核分裂　(ホ)　核融合

(ヘ)　差　(ト)　3.0×10^{-11}　(チ)　7.7×10^{13}

2

①　(ア)　②　3　③　12　④　0.2153

⑤　mc^2　⑥　3.22×10^{-11}

3

(1)　6.9×10^{-13} [J]

(2)　(a)　58.5　(b)　6.8×10^{-13} [J]

(3)　$Z=92$，$A=234$

第７講　解答

1

問１　$A=\dfrac{1}{T}$

問２　$N_1'=N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t+1}{T}}$

問３　$N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}\right]$Bq

問４　$N_2=\dfrac{1}{2}N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

問５　個数：$N_2'=\dfrac{1}{2}N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t+1}{T}}$，強さ：$\dfrac{1}{2}N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}\right]$Bq

問６　1：2

問７　3.44×10^3 年前

2

〔Ⅰ〕

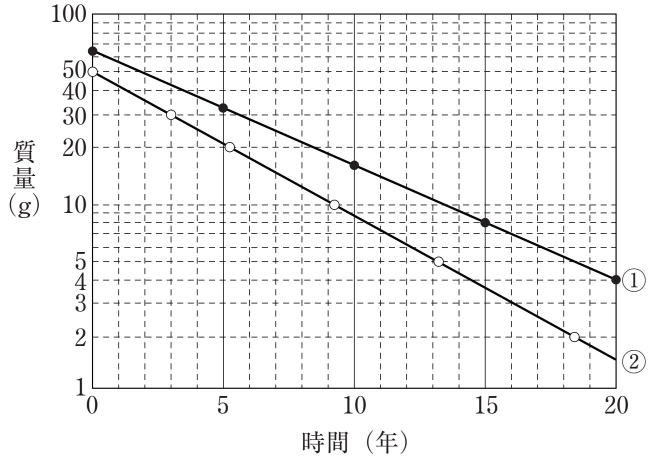
(1)　重　(2)　軽　(3)　α　(4)　4　(5)　${}^4_2\mathrm{He}$

(6)　β　(7)　電子　(8)　83　(9)　γ　(10)　短

〔Ⅱ〕

(11)　半減期　(12)　$N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$　(13)　20

(14)　4　(15)　12　(A)　次図



3

①　${}^{131}_{53}\mathrm{I}$　②　(b)　③　$N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_1}}$　④　$\dfrac{T_1T_2}{T_1+T_2}$　⑤　7.3

⑥　1×10^{-5}　⑦　3×10^3　⑧　1×10^{-8}　⑨　(d)

第８講　解答

1

(1) ヘリウム　(2) 電子　(3) 同位体　(4) ${}^{232}_{90}\mathrm{Th}$　(5) 3.4

(6) 1　(7) 2　(8) mc^2　(9) 8.9×10^{-2}　(10) 核融合

2

(1) 核子の数：235，陽子の数：92，中性子の数：143

(2) 平均運動エネルギー：6.3×10^{-21} [J]

(3) 質量欠損：3.5×10^{-28} [kg]，仕事率：6.6×10^{6} [W]

(4) $N=N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

(5) 1.0×10^{5} [1/s]

(6) 53 日後

3

(イ) $\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{mu^2}{2}+\dfrac{2kZe^2}{a}$

(ロ) $\dfrac{bv}{2}$

(ハ) $\dfrac{au}{2}$

(ニ) $a=\dfrac{2kZe^2}{mv^2}+\sqrt{\left(\dfrac{2kZe^2}{mv^2}\right)^2+b^2}$　又は　$\dfrac{2kZe^2}{mv^2}\left\{1+\sqrt{1+\left(\dfrac{mv^2}{2kZe^2}\right)^2b^2}\right\}$

(ホ) $b=0$

(ヘ) $a_0=\dfrac{4kZe^2}{mv^2}$

(ト) $\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{8ke^2}{a_0}\fallingdotseq 2.5$ [MeV]

(チ) $\dfrac{E}{c}=-\dfrac{E'}{c}+\sqrt{2MT}$

(リ) $E=E'+T$

(ヌ) $E=\dfrac{\left(T+\sqrt{2Mc^2T}\right)}{2}$

(ル) $E_{\mathrm{H}}\fallingdotseq 54$ [MeV]

(ヲ) $E_{\mathrm{N}}\fallingdotseq 97$ [MeV]

第９講　解答

1

(1)　$2d=m\lambda_1$

(2)　$2d=(m-1)\lambda_2$

(3)　$m=\dfrac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}$，$d=\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2-\lambda_1)}$

(4)　$2\{(d-\Delta d)+t(n-1)\}=l\lambda_1$

(5)　$m=l$

2

(ア)　f　(イ)　v　(ウ)　$\dfrac{v}{V}$　(エ)　$1-\dfrac{v}{V}$　(オ)　$\dfrac{V}{V-v}f$

(カ)　$1+\dfrac{v}{V}$　(キ)　$\dfrac{V+v}{V}f$　(ク)　$V-v$　(ケ)　8.0

(コ)　78　(サ)　$\dfrac{1}{k}$　(シ)　$\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$

3

(1)　$\dfrac{E}{c}$

(2)　$\dfrac{p}{2M-m}$

(3)　光子が生成，伝播，吸収の全過程で，外力は作用しないために全運動量は保存される。はじめ，光子が生成される前に箱は止まっていたので全運動量は０であり，光子が吸収された後，再び箱は止まることになる。

(4)　$\dfrac{v}{c+v}L$

(5)　$\dfrac{m}{2M}L$

(6)　9×10^{7} [W]

第10講　解答

1

(1)　はじめに電子と陽電子は静止していたので全運動量は0であり，運動量保存則により，反応によって生じた2つの粒子の全運動量も0となる。よって反応により2つのγ線が生じれば，それらは互いに逆向きで同じ大きさの運動量を持つことになり，正反対の向きに放出されることになる。

(2)　$p_1 = mc$，$\nu_1 = \dfrac{mc^2}{h}$　　(3)　$P_x = p_A - p_B\cos\theta$，$P_y = p_B\sin\theta$

(4)　$p_A = mc + \dfrac{1}{2}P_x$，$p_B = mc - \dfrac{1}{2}P_x$　　(5)　$P_x = \dfrac{2h}{c}(\nu_A - \nu_1)$

2

問1　ア　$p_A = p_e$　　イ　$\dfrac{{p_e}^2}{2m_e}$

ウ　$\dfrac{m_A Q}{m_A + m_e}$　　エ　$p_\nu \sin\phi - p_e \sin\theta = 0$

オ　$p_\nu\cos\phi + p_e\cos\theta = -p_A$　（エ，オは順不同）

カ　$\dfrac{{p_A}^2}{2m_A} + \dfrac{{p_e}^2}{2m_e} + \dfrac{{p_\nu}^2}{2m_\nu}$　　キ　$\sqrt{2(1+\cos\phi)}$　または　$2\cos\dfrac{\phi}{2}$

問2　1.8×10^4 [eV]

3

(1)　$G\dfrac{Mm_H}{R}$

(2)　$\dfrac{1}{56}(56m_H - m_{Fe})c^2$

(3)　$\dfrac{(56m_H - m_{Fe})c^2R^2}{GMm_{Fe} - (56m_H - m_{Fe})c^2R}$

(4)　4×10^{-2}

(5)　白色矮星の場合，半径が大きくその表面付近での万有引力も小さいので，反応で生じた鉄原子が星の重力を振り切って無限遠へ到達することができる。しかし中性子星の場合，その半径が小さく表面付近での万有引力が非常に大きくなっており，重力を振り切って抜け出すのに必要なエネルギーも非常に大きくなるので，反応で生じた鉄原子が到達できる距離が有限となり，放出が観測されない。

確認テスト解答

第１講　確認テスト

【解答】

(1)　①　(2)　②　(3)　④　(4)　①　(5)　③　(6)　③　(7)　④

【解説】

(1)　波動だけの性質は回折

(2)　干渉や回折，重ね合わせの原理は波動の性質

(3)　電子が光のエネルギーをもらって飛び出すのは光電効果

(4)　粒子

(5)　$W = \dfrac{hc}{\lambda_0} = \dfrac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{4.0\times10^{-7}} = 4.95\times10^{-19}\ [\mathrm{J}]$

$\fallingdotseq \underline{5.0}\times10^{-19}\ [\mathrm{J}]$

(6)　仕事関数

(7)　$e|V| = \dfrac{hc}{\lambda} - W$

$\therefore\ |V| = \dfrac{1}{e}\left(\dfrac{hc}{\lambda} - W\right) = \dfrac{1}{1.6\times10^{-19}}\left(\dfrac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1.4\times10^{-7}} - 4.95\times10^{-19}\right) \fallingdotseq 5.74$

$\fallingdotseq 5.7$

よって，限界電圧は

$V = \underline{-5.7\ [\mathrm{V}]}$

第２講　確認テスト

【解答】

(1)　②　(2)　①　(3)　③　(4)　②　(5)　①　(6)　④

【解説】

入射Ｘ線のエネルギーは $\dfrac{hc}{\lambda_0}$，運動量は $\dfrac{h}{\lambda_0}$ である．

運動量保存則は

$$\begin{cases} \text{水平成分：} \underbrace{\dfrac{h}{\lambda_0}}_{(1)} = \underbrace{\dfrac{h}{\lambda}}_{(2)}\cos\theta + \underbrace{mv}_{(3)}\cos\phi & \text{——Ⓐ} \\ \text{垂直成分：} 0 = \underbrace{\dfrac{h}{\lambda}}_{(2)}\sin\theta - \underbrace{mv}_{(3)}\sin\phi & \text{——Ⓑ} \end{cases}$$

エネルギー保存則は

$$\underbrace{\frac{hc}{\lambda_0}}_{(4)} = \underbrace{\frac{hc}{\lambda}}_{(5)} + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{——Ⓒ}$$

Ⓐより，

$$mv\cos\phi = \frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda}\cos\theta$$

Ⓑより，

$$mv\sin\phi = \frac{h}{\lambda}\sin\theta$$

この２式の両辺を２乗して和をとり，$\sin^2\phi+\cos^2\phi=1$，$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を用いると，

$$m^2v^2 = \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda_0\lambda}\cos\theta + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

これとⒸから得る

$$m^2v^2 = 2hcm\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right)$$

を用いて v^2 を消去すると，

$$\begin{aligned} 2hcm\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) &= \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda_0\lambda}\cos\theta \\ &= \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \underbrace{-2\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\left(\frac{h}{\lambda}\right) + 2\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\left(\frac{h}{\lambda}\right)}_{0\text{を足して}(\lambda-\lambda_0)^2\text{の形を作る！}} - \frac{2h^2}{\lambda_0\lambda}\cos\theta \\ &= \left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda\lambda_0}\right)^2 h^2 + \frac{2h^2}{\lambda\lambda_0}(1-\cos\theta) \end{aligned}$$

両辺に $\dfrac{\lambda_0\lambda}{h}$ をかけて

$$2cm(\lambda-\lambda_0) = \frac{(\lambda-\lambda_0)^2 h}{\lambda\lambda_0} + 2h(1-\cos\theta)$$

$(\lambda-\lambda_0)^2 \fallingdotseq 0$ を用いて，

$$2mc(\lambda-\lambda_0) = 2h(1-\cos\theta)$$

$$\therefore \quad \lambda-\lambda_0 = \underbrace{\frac{h}{mc}}_{(6)}(1-\cos\theta)$$

第３講　確認テスト

【解答】

(1)　④　(2)　④　(3)　②　(4)　②　(5)　③　(6)　④

【解説】

(1)　円運動の方程式は

$$\underline{m\frac{v^2}{r}}=k_0\frac{e^2}{r^2}\qquad\text{—— [1]}$$

(2)　電子の運動エネルギーは

$$K=\underline{\frac{1}{2}mv^2}$$

(3)　位置エネルギーは

$$U=(-e)\times k_0\frac{e}{r}=\underline{-k_0\frac{e^2}{r}}$$

(4)

$$E=K+U=\frac{1}{2}mv^2-k_0\frac{e^2}{r}=\frac{1}{2}\cdot\frac{k_0e^2}{r}-\frac{k_0e^2}{r}=\underline{-\frac{k_0e^2}{2r}}\qquad\text{—— [2]}$$

（$\frac{1}{2}mv^2$ → [1]式を用いて変形）

(5)

$$mvr=\frac{h}{2\pi}\cdot n\qquad\text{—— [3]}$$

[1]÷[3] より

$$v=\frac{k_0e^2}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)\cdot n}$$

これを [3] へ代入して

$$r=\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)\cdot n}{mv}=\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\cdot n^2}{mk_0e^2}=\underline{\frac{h^2}{4\pi^2mk_0e^2}}\times n^2\qquad\text{—— [4]}$$

(6)　$E=-k_0\dfrac{e^2}{2r}$ の r に [4] を代入して

$$E_n=\underline{-\frac{2\pi^2mk_0{}^2e^4}{h^2}}\cdot\frac{1}{n^2}$$

第４講　確認テスト

【解答】

(1)　③　(2)　②　(3)　④　(4)　③　(5)　②　(6)　③　(7)　①　(8)　④

(9)　④　(10)　②　(11)　④　(12)　③

【解説】

(1)　熱エネルギーを得て外に飛び出した電子を<u>熱</u>電子という。

(2)　エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \qquad \therefore \quad v = \underline{\sqrt{\frac{2eV}{m}}}$$

(3)　<u>連続</u>

(4)　電子のエネルギーがすべてＸ線に変わった場合ゆえ，

$$eV = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \qquad \therefore \quad \lambda_{\min} = \underline{\frac{hc}{eV}}$$

(5)　<u>特性</u>

(6)　<u>エネルギー準位</u>

(7)　$1\,[\mathrm{eV}] = \underline{1.6\times10^{-19}\,[\mathrm{J}]}$

(8)　エネルギー差を $\mathit{\Delta}\varepsilon$ として

$$\mathit{\Delta}\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \qquad \therefore \quad \lambda = \frac{hc}{\mathit{\Delta}\varepsilon} = \frac{6.6\times10^{-34}\,[\mathrm{J\cdot s}]\times3.0\times10^{8}\,[\mathrm{m/s}]}{1.875\times10^{4}\times1.6\times10^{-19}\,[\mathrm{J}]}$$

$$\fallingdotseq \underline{6.6\times10^{-11}\,[\mathrm{m}]}$$

(9)　ブラッグ条件で，$m=1$ として

$$2d\sin30^\circ = 1\cdot\lambda \qquad \therefore \quad d = \lambda = \underline{6.6\times10^{-11}\,[\mathrm{m}]}$$

(10)　光子の運動量は

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad \therefore \quad \lambda = \underline{\frac{h}{p}}$$

(11)　加速された電子のエネルギーは

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV$$

なので運動量は

$$\therefore \quad mv = \sqrt{2meV}$$

よって波長は

$$\lambda = \underline{\frac{h}{\sqrt{2meV}}}$$

(12)　(11)より

$$V = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = \frac{(6.6\times10^{-34}\,[\mathrm{J\cdot s}])^2}{2\times9.1\times10^{-31}\,[\mathrm{kg}]\times1.6\times10^{-19}\,[\mathrm{C}]\times(1.0\times10^{-10}\,[\mathrm{m}])^2}$$

$$\fallingdotseq \underline{1.5\times10^{2}\,[\mathrm{V}]}$$

第５講　確認テスト

【解答】

〔１〕 (1)　④　(2)　②　(3)　④

〔２〕 (4)　③　(5)　①　(6)　①　(7)　②

【解説】

〔１〕

(1)　物体の質量は

$$m=\rho\times\frac{4\pi}{3}a^3$$

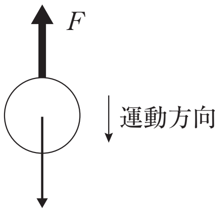
なので，重力の大きさは

$$mg=\underline{\frac{4\pi\rho a^3 g}{3}}$$

(2)　図Ａを参照．速さが一定となった後は力のつりあいが成立するので

$$mg=F$$

$$\therefore\quad \frac{4\pi\rho a^3 g}{3}=6\pi\mu a W \qquad \therefore\quad W=\underline{\frac{2\rho a^2 g}{9\mu}}$$



図A

(3)　(2)より，逆に

$$a=\sqrt{\frac{9\mu W}{2\rho g}}=\underline{3\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}}$$

〔２〕

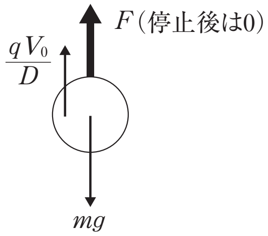
(4)　極板間の電場の強さは $\frac{V}{D}$ ゆえ，油滴に及ぼす力の大きさは $\underline{q\frac{V}{D}}$

(5)　極板間を通過しているとき，油滴にかかる力は図Ｂのようになるが，油滴が停止した後は抵抗力は０である！

よって，力のつりあいを考えると，

$$\frac{qV_0}{D}=mg$$

$$\therefore\quad q=\frac{mgD}{V_0}=\underline{\frac{4\pi\rho a^3 gD}{3V_0}}$$



図B

(6)　(5)の結果に，(3)の結果を代入して

$$q=\underline{\frac{18\pi\mu WD}{V_0}\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}}$$

(7)　グラフのピークは 15×10^{-20} [C]，31×10^{-20} [C]，48×10^{-20} [C]，…となっているので，選択肢から選べば

<u>15</u>

第6講　確認テスト

【解答】

1　①　　2　①　　3　②　　4　①　　5　②

【解説】

1　α 線は正の電荷をもつので，ローレンツ力の向きを考えて<u>ア</u>

2，3　α 崩壊すると，質量数が4，原子番号が2減るので，

$$\begin{cases} \text{質量数}\quad : \underline{A-4} \\ \text{原子番号} : \underline{Z-2} \end{cases}$$

4，5　まず，質量数の変化は226－206＝20なので，

α 崩壊が<u>5回</u>おきねばならない。このとき

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha\ 5\text{回}} {}^{206}_{78}\mathrm{X}$$

となるので，原子番号を82にするには，さらに β 崩壊が<u>4回</u>おこればよい。

第７講　確認テスト

【解答】

1　①　　2　④　　3　④

【解説】

(1)　β 崩壊すると原子番号が1増加するので質量数14の窒素になる。

(2)　半減期が T だから，

$$N = \underline{N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}}$$

(3)　$N = \dfrac{1}{8} N_0$ のときの t は，(2)の式を用いて

$$\frac{1}{8} N_0 = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \therefore \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \therefore \quad t = \underline{3T}$$

第８講　確認テスト

【解答】

問１　②　　問２　①　　問３　④　　問４　③

【解説】

問１　$\underbrace{(3.0149+1.0087)}_{\text{反応後 }{}^{3}_{2}\mathrm{He}\text{ と }{}^{1}_{0}\mathrm{n}}-\underbrace{(2.0136\times 2)}_{\text{反応前 }{}^{2}_{1}\mathrm{H}\ 2\text{コ}}=\underline{-0.0036\ [\mathrm{u}]}$

問２　$E=\Delta mc^2=\underbrace{0.0036\times 1.66\times 10^{-27}}_{\text{質量を [kg] 単位に直す}}\times(3.00\times 10^{8})^2=0.05378\times 10^{-11}$

$\fallingdotseq \underline{5.4\times 10^{-13}\ [\mathrm{J}]}$

問３　クーロン力の位置エネルギーは $U=k\dfrac{e^2}{r_0}$ と書けるので，

$$r_0=\frac{ke^2}{U}=\frac{9.00\times 10^{9}\times(1.60\times 10^{-19})^2}{5.80\times 10^{-14}}\fallingdotseq \underline{3.97\times 10^{-15}\ [\mathrm{m}]}$$

問４　２つの重水素のエネルギーの和が，問３の U より大きくなればよい。

$$\therefore\quad U\leqq\left(\frac{3}{2}kT\right)\times 2$$

$$T\geqq\frac{U}{3k}$$

$$=\frac{5.80\times 10^{-14}}{3\times 1.38\times 10^{-23}}$$

$$\fallingdotseq \underline{1.40\times 10^{9}\ [\mathrm{K}]}$$

第9講　確認テスト

【解答】

(1)　1　①　　2　④　　3　①

(2)　4　④

(3)　5　②　　6　③

(4)　7　③

【解説】

(1)　$\underline{\dfrac{1}{n_1}}_{1}$ 倍

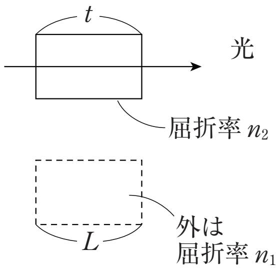
振動数は不変ゆえ $\underline{1\text{倍}}_{2}$

波長は $c=\nu\lambda$ の関係より $\underline{\dfrac{1}{n_1}}_{3}$ 倍

(2)　膜による光路差は，外と比べ，往復で

$$2\{n_2t-n_1t\}=\underline{2(n_2-n_1)t}_{4}$$

だけ長い。



(3)　M_1 を d ずらすと，光路差は $\underline{2n_1d}_{5}$ ずれる。

この間に m 回明暗の変化をくり返したので

$$2n_1d=m\lambda_0$$

$$\therefore\quad m=\underline{\frac{2n_1d}{\lambda_0}}_{6}$$

(4)

$$\begin{cases}2n_1d=m_1\lambda_{01}\\2n_1d=m_2\lambda_{02}\end{cases}$$

より，

$$m_1\lambda_{01}=m_2\lambda_{02}$$

$$\therefore\quad \lambda_{02}=\frac{m_1}{m_2}\lambda_{01}=\frac{3.2\times10^3}{4.0\times10^3}\times6.3\times10^{-7}=5.04\times10^{-7}$$

$$\fallingdotseq\underline{5.0}_{7}\times10^{-7}\ [\mathrm{m}]$$

第 10 講　確認テスト

【解答】

1 ②　2 ③　3 ④　4 ①　5 ①

6 ③　7 ②　8 ②　9 ③　10 ①　11 ④

【解説】

1　反応前後の原子番号と質量数は保存するので

$$ {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{9}_{4}\mathrm{Be} \longrightarrow \underline{{}^{13}_{6}\mathrm{C}} + \gamma $$

2　運動量保存則は

$$ \frac{h\nu}{c} = \underline{-\frac{h\nu'}{c} + m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}} \quad \text{——Ⓐ} $$

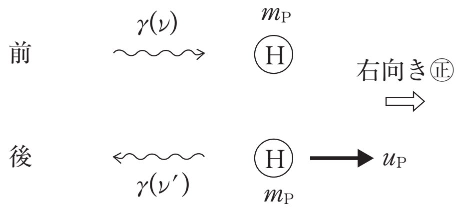


図 1

3　エネルギー保存則

$$ \underline{h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2} \quad \text{——Ⓑ} $$

4　Ⓐ×c＋Ⓑより

$$ 2h\nu = 0 + c\cdot m_\mathrm{P}u_\mathrm{P} + \frac{1}{2}m_\mathrm{P}{u_\mathrm{P}}^2 $$

$$ \therefore \quad h\nu = \underline{\frac{m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}}{2}\left(c + \frac{u_\mathrm{P}}{2}\right)} $$

5　運動量保存則より

$$ mV = \underline{mu + m_\mathrm{P}u_\mathrm{P}} \quad \text{——Ⓒ} $$

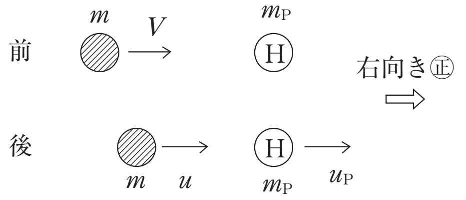


図 2

6　はね返り係数が 1 ゆえ

$$ (-1)(V-0) = u - u_\mathrm{P} \quad \text{——Ⓓ} $$

$$ \therefore \quad \underline{\frac{u_\mathrm{P} - u}{V}} = 1 $$

7　Ⓒ－Ⓓ×m より，（u を消す！）

$$ 2mV = (m + m_\mathrm{P})u_\mathrm{P} $$

$$ \therefore \quad V = \frac{m + m_\mathrm{P}}{2m}u_\mathrm{P} = \frac{1 + \dfrac{m}{m_\mathrm{P}}}{2\dfrac{m}{m_\mathrm{P}}}u_\mathrm{P} = \underline{\frac{1+x}{2x}u_\mathrm{P}} \quad \text{——Ⓔ} $$

8　Ⓔの計算で，$m_\mathrm{P} \to 14m_\mathrm{P}$，$u_\mathrm{P} \to u_\mathrm{N}$とすればよい．

$$ \therefore \quad V = \frac{m + 14m_\mathrm{P}}{2m}u_\mathrm{N} = \underline{\frac{14+x}{2x}u_\mathrm{N}} \quad \text{——Ⓕ} $$

9　ⒺⒻより

$$ \frac{1+x}{2x}u_\mathrm{P} = \frac{14+x}{2x}u_\mathrm{N} \qquad \therefore \quad x = \underline{\frac{14u_\mathrm{N} - u_\mathrm{P}}{u_\mathrm{P} - u_\mathrm{N}}} $$

10　9の式に数値を代入して，

$$x=\frac{14\times4.4\times10^{6}-3.3\times10^{7}}{3.3\times10^{7}-4.4\times10^{6}}=\underline{1.0}$$

11

$$^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{9}_{4}\mathrm{Be}\longrightarrow{}^{1}_{0}\mathrm{n}+\underline{^{12}_{6}\mathrm{C}}$$

Ⓒ RECRUIT
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。